

# Und sie dreht sich noch ...

## Die Rotation der Erde

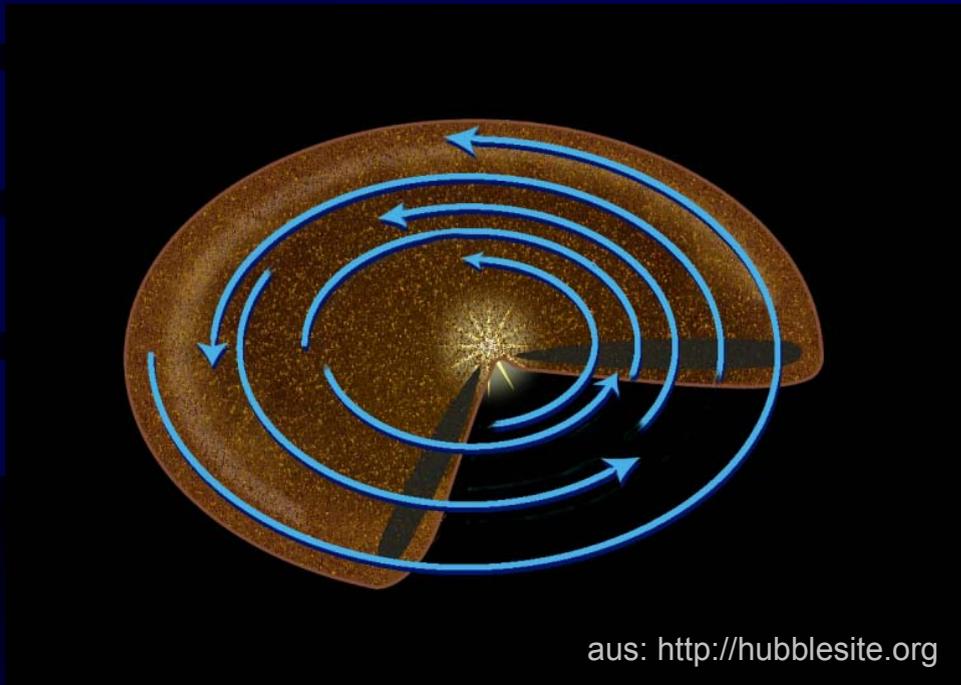
Dr. Thomas Klügel

Bundesamt für Kartographie und Geodäsie  
Fundamentalstation Wettzell



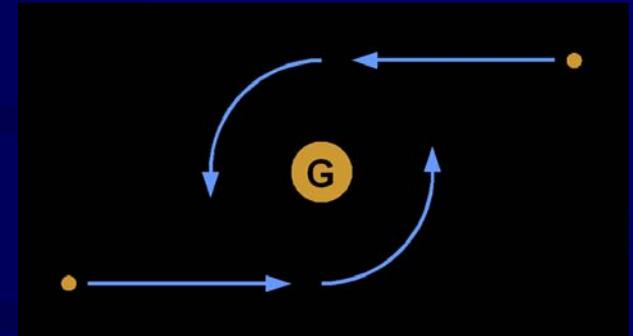
Öffentlicher Vortrag des Fördervereins  
Geodätisches Informationszentrum Wettzell e.V.  
Fundamentalstation Wettzell, 16.02.2006

Seit ihrer Entstehung vor ca. 4,6 Milliarden Jahren  
dreht sich die Erde ununterbrochen ...



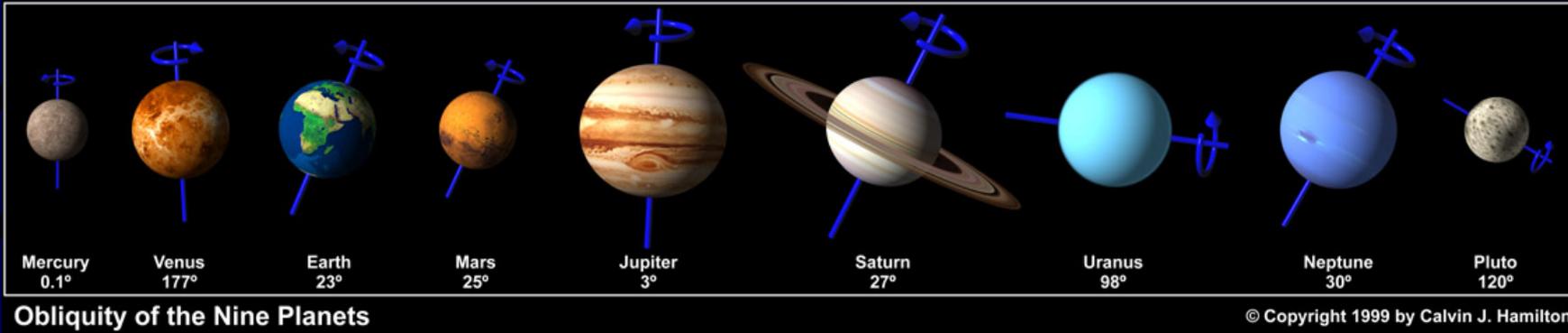
aus: <http://hubblesite.org>

Solarer Urnebel



Entstehung von Drehimpuls aus  
dem Impuls linear bewegter  
Partikel

# Rotation anderer Planeten

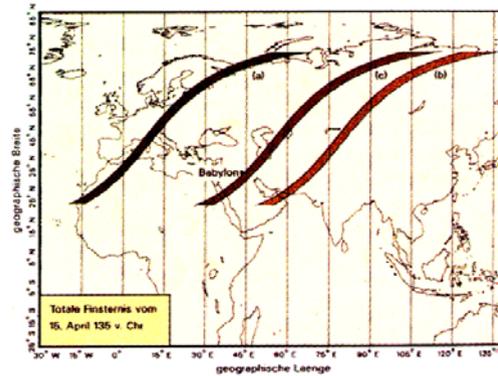
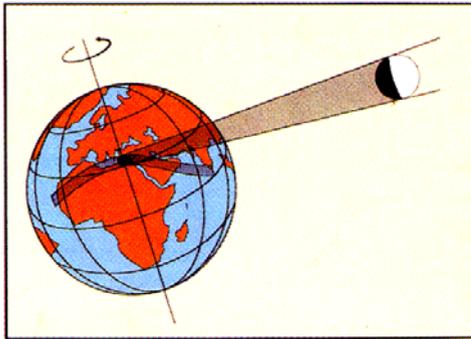


Planet	Schiefe	Rotationsperiode	Umlaufperiode
Merkur	0.1 °	58.65 Tage	87.97 Tage
Venus	177.4 °	243.0 Tage	224.7 Tage
Erde	23.4 °	0.99 Tage	365.26 Tage
Mars	25.2 °	1.03 Tage	686.9 Tage
Jupiter	3.1 °	0.41 Tage	11.86 Jahre
Saturn	26.7 °	0.45 Tage	29.46 Jahre
Uranus	97.9 °	0.72 Tage	83.75 Jahre
Neptun	29.6 °	0.67 Tage	163.72 Jahre
Pluto	119.6 °	6.39 Tage	247.92 Jahre

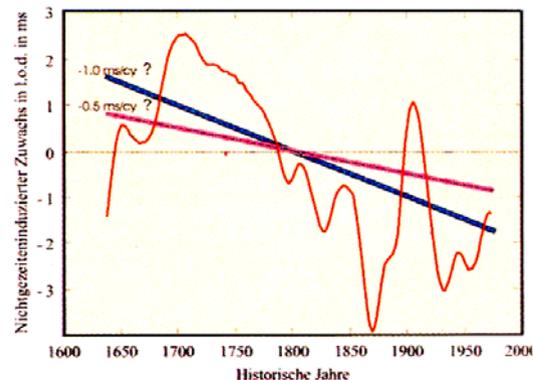
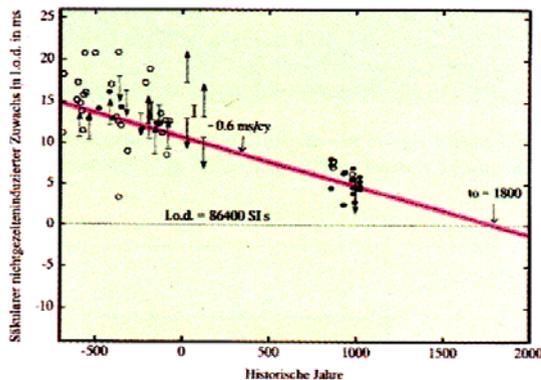
# Verlangsamung der Erddrehung

- Sir Edmund Halley (vor ~300 J.): scheinbare Beschleunigung des Mondumlaufes
- Tatsächlich: Verlangsamung der Erddrehung!
- Evidenzen:
  - Astronomische Ereignisse (z.B. Sonnenfinsternisse): Vergleich überlieferte Epoche – berechnete Epoche (Erddrehung als Uhr)
  - Paläontologische Uhren: Fossilien liefern Informationen über die Zahl der Tage pro Jahr
    - Korallen: variierende Kalkabscheidungsrate (Nährstoffe, Temperatur),  
→ tägliche und jährliche Variation
    - Muscheln: Kalkabscheidung nur während der Öffnung, Gezeitenbereich  
→ tägliche und monatliche/halbmonatliche Variation
    - Stromatolithen: Algenkrusten, variierende Wachstumsrate (Licht!),  
→ tägliche und jährliche Variation

# Historische Beobachtungen

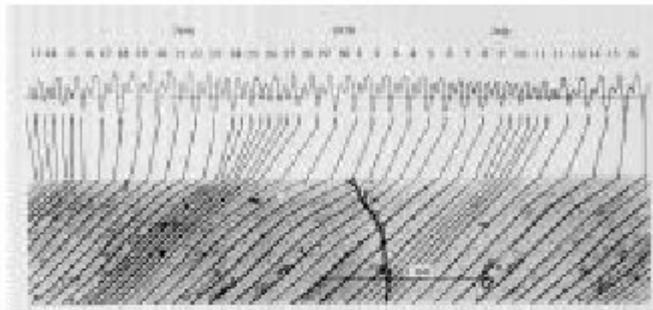


- Bsp: Sonnenfinsternis in Babylon (135 v.Chr.)
- konstante Tageslänge (86400 s)
  - konstante Zunahme der Tageslänge
  - tatsächlicher Ort



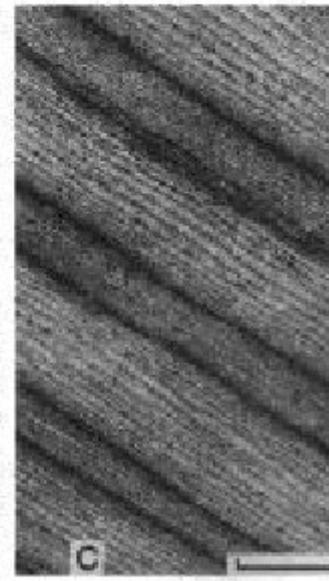
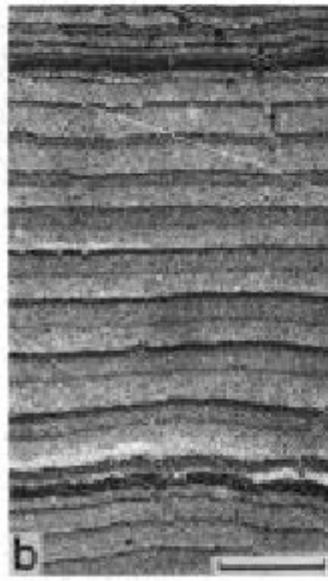
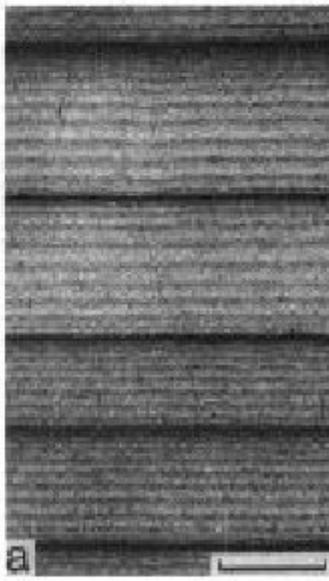
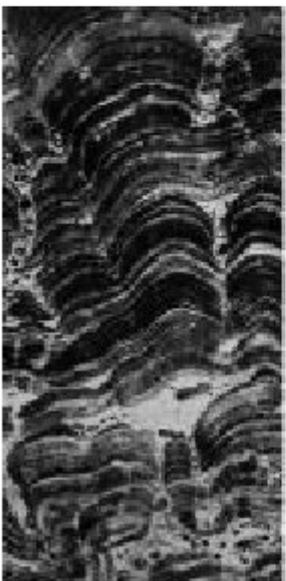
- Tageslängenänderungen
- aus historischen Sonnenfinsternissen, 700 v.Chr. – 1000 n.Chr. (links)
  - aus astronomischen Beobachtungen, 1640 – 1980 (rechts)

# Fossilien als Tageszähler



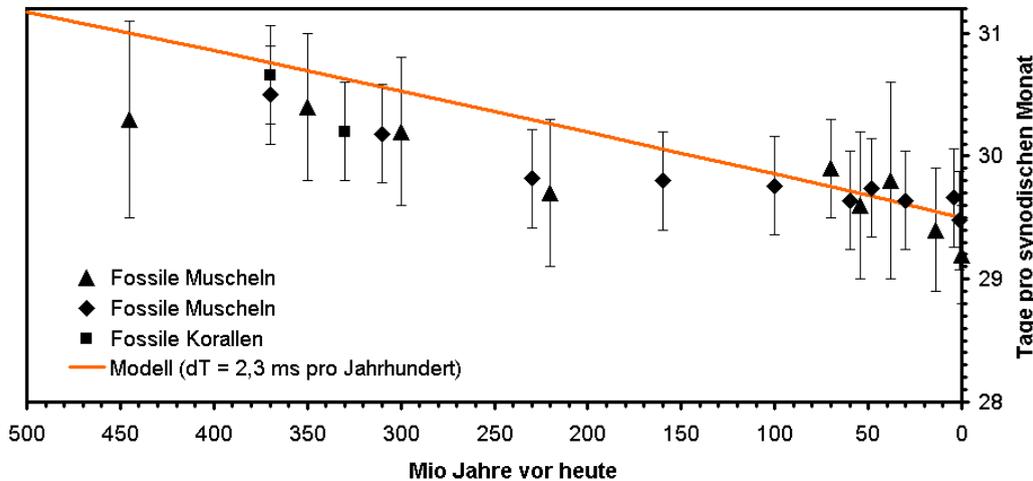
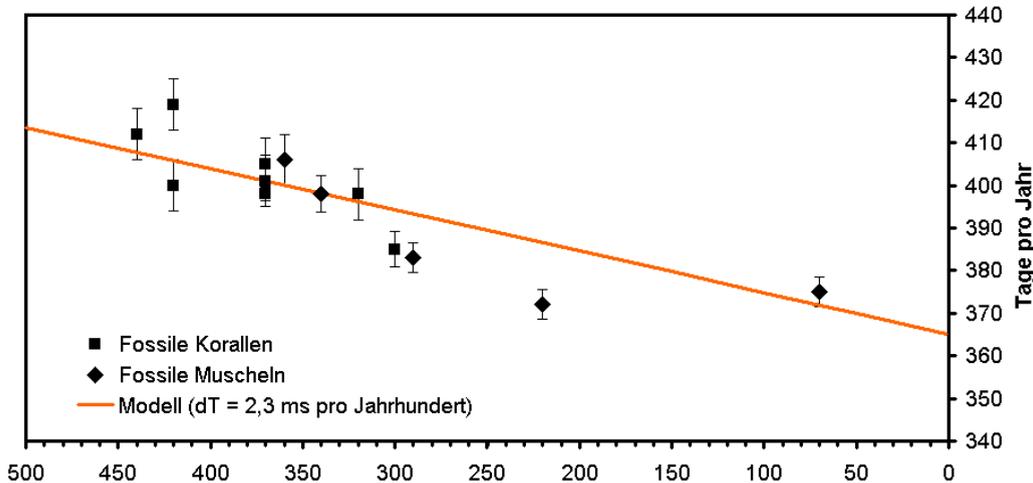
oben (v.l.n.r):

- Koralle (Mitteldevon)
- Muschel (rezent)
- Wachstumsring  
Gezeitenkurve



unten:

- Stromatolithen (Proterozoikum)
- a bis c: tägliche Wachstumsringe und halbmonatliche Variation (Bänder)



Anzahl der Tagesringe pro Jahr in fossilen Korallen und Muscheln.  
 Daten aus Wells (1970), Scrutton (1970), Mazzullo (1971) und Pannella (1972)

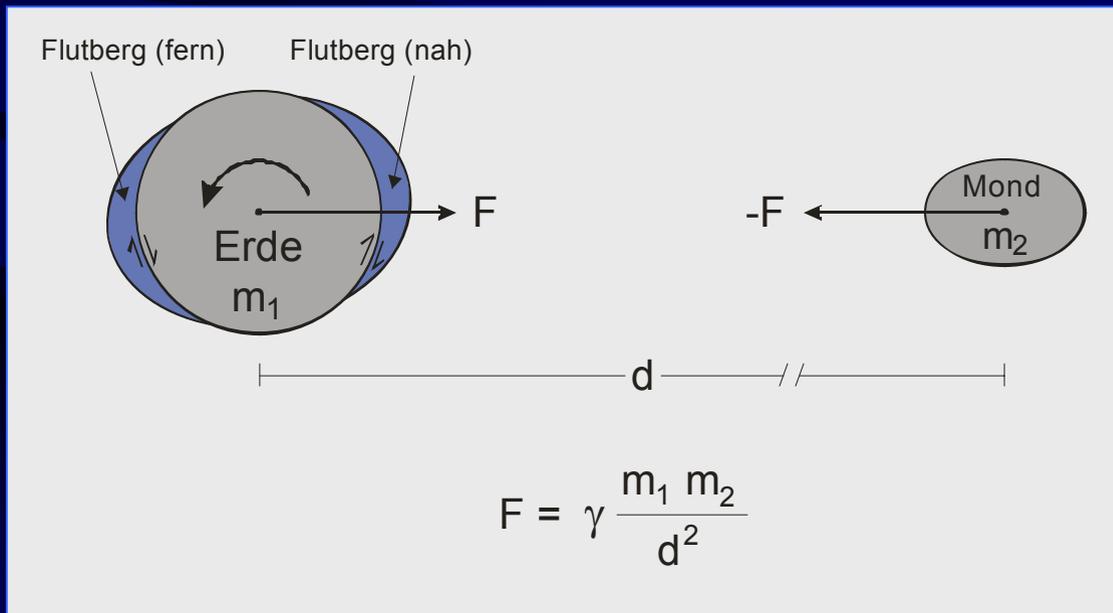
Anzahl der Tagesringe pro synodischem Monat in fossilen Korallen und Muscheln.  
 Daten aus Pannella (1972) und Berry & Baker (1975)

	beste Anpassung	heutiger Wert
$\dot{\Omega} (rad/s^2)$	$-5.2 \cdot 10^{-22}$	$-6.1 \cdot 10^{-22}$
$\dot{n}_M (rad/s^2)$	$-1.2 \cdot 10^{-23}$	$-1.35 \cdot 10^{-23}$

# Ursache der Verlangsamung

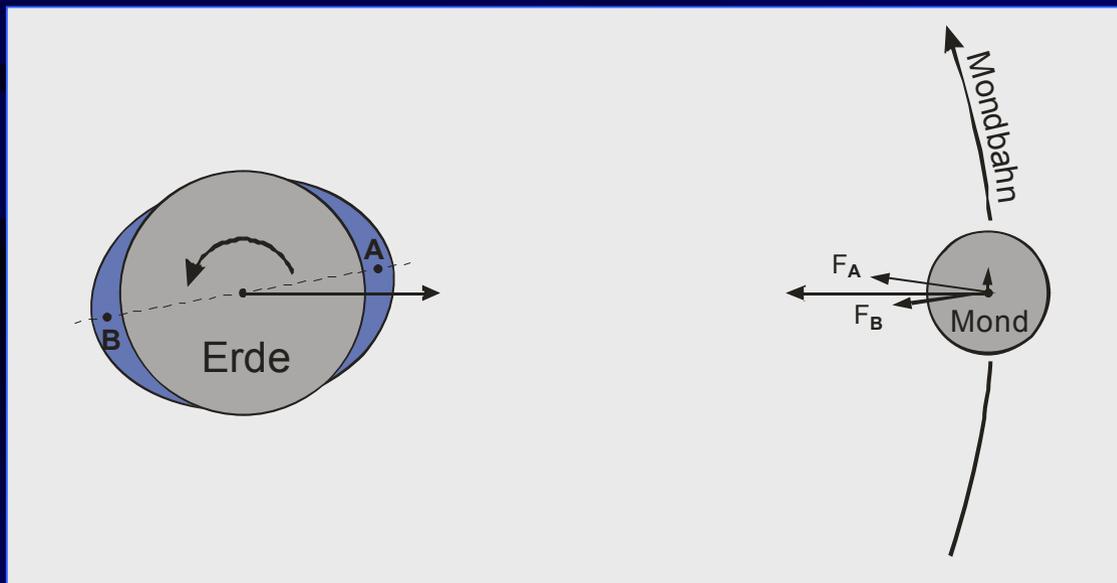
## „Gezeitenreibung“

- ozeanische Gezeiten („Ebbe und Flut“)
- Gezeiten der festen Erde (Viskosität, zeitabhängig)



# Zunahme des Mondabstandes

- Abstandsmessungen zum Mond: + 3,82 cm/Jahr
- Mond wird durch den Gezeitenwulst beschleunigt
  - Vergrößert den Bahnradius
  - Verringert die Umlaufzeit



# Physik der Rotation

## Vergleich Translation – Rotation:

Geradlinige Bewegung (Translation)		Kreisbewegung (Rotation)	
Weg	$s$	Winkel	$\varphi$
Geschwindigkeit	$v = \Delta s / \Delta t$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \Delta \varphi / \Delta t$
Beschleunigung	$a = \Delta v / \Delta t$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \Delta \omega / \Delta t$
Masse	$m$	Massenträgheitsmoment	$J = \sum (m_i r_i^2)$
Kraft	$F = m a$	Drehmoment	$M = J \alpha$
Impuls	$p = m v$ $\Delta p / \Delta t = F$	Gesamtdrehimpuls	$L = \sum (r_i \times p_i)$
Translationsenergie	$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	momentaner Drehimpuls	$L = J \omega$ $\Delta L / \Delta t = M$
		Rotationsenergie	$W_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$

# Drehimpulserhaltungssatz:

In einem Körper, auf den kein äußeres Drehmoment wirkt, bleibt der Gesamtdrehimpuls nach Betrag und Richtung konstant.

Experiment:

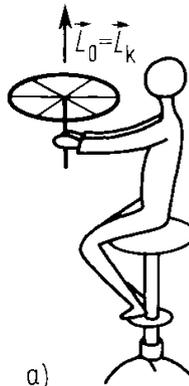
1)



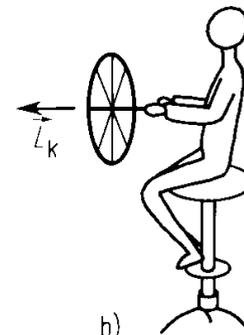
$$J = \sum_i m_i r_i^2$$

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}$$

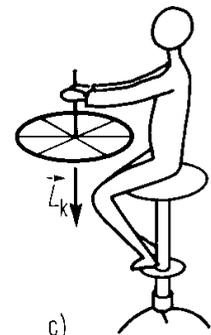
2)



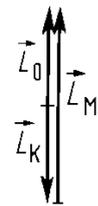
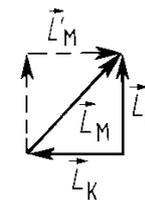
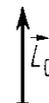
a)



b)



c)



$$\vec{L}_K + \vec{L}_M = \vec{L}_0 = \text{const}$$

# Entstehung der Nutation („Nickbewegung“)

- symmetrischer, kräftefreier Kreisel ( $J_x = J_y \neq J_z$ )

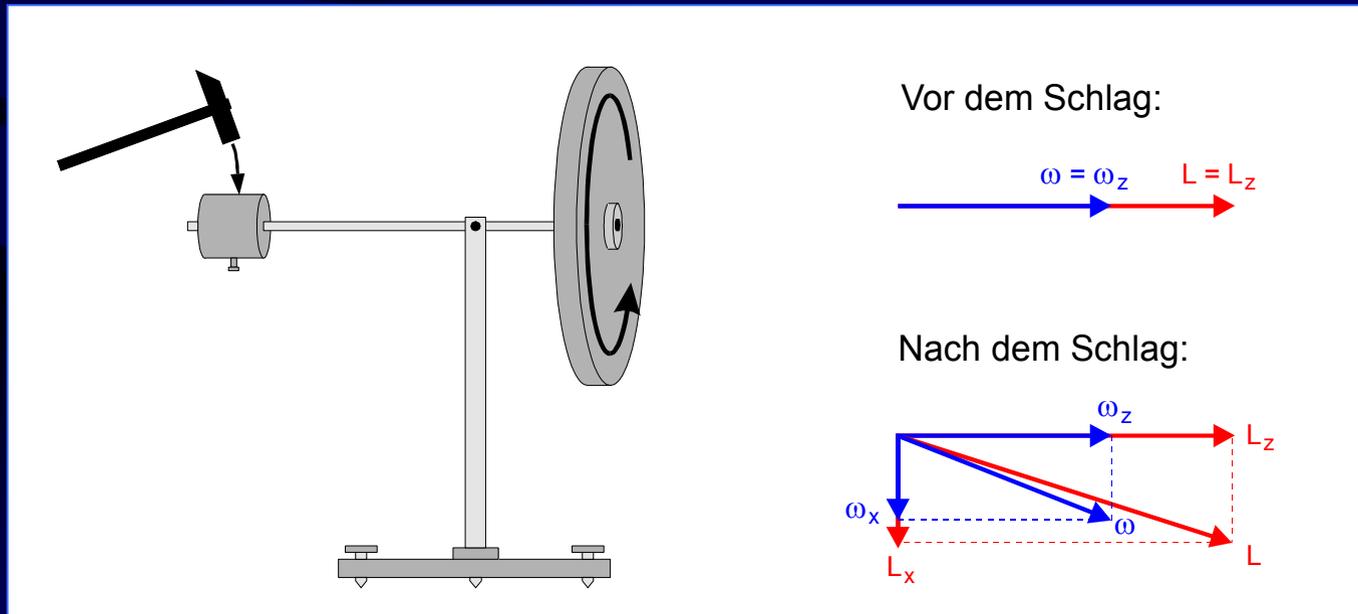
1) Drehimpulsachse  $L$  parallel  $J_z$ ,  $L = (0, 0, J_z \omega_z)$

⇒ keine Nutation

2) Drehimpulsachse  $L$  nicht parallel  $J_z$ ,  $L = (J_x \omega_x, 0, J_z \omega_z)$

⇒ **Nutation**

Experiment:



⇒ Die Kreiselachse oszilliert (wobbelt) um die Drehimpulsachse

## Entstehung der Präzession („Voranschreiten“)

Lageänderung der Achse eines rotierenden Kreisels durch äußere Kräfte.

Ein **äußeres Drehmoment**  $M$  verändert den Drehimpuls gemäss:

$$\Delta L = M \Delta t$$

Extremfall 1:

$M$  und  $L$  liegen parallel

→ Der Drehimpulsvektor  $L$  ändert nur seinen Betrag, nicht die Richtung

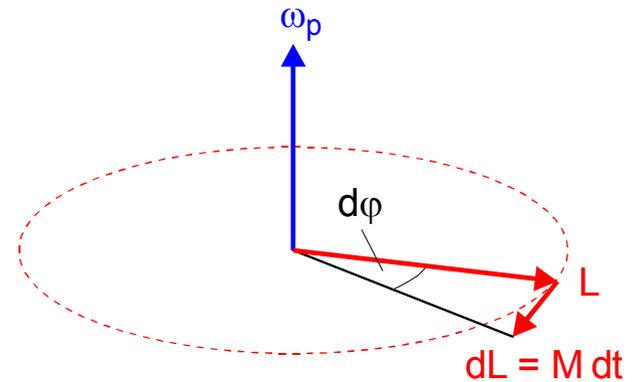
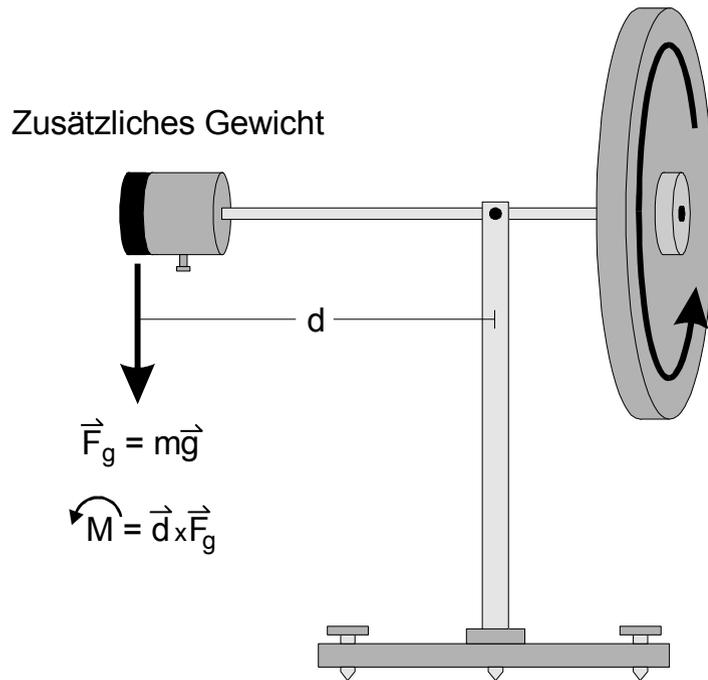
Extremfall 2:

$M$  und  $L$  stehen senkrecht aufeinander

→ Der Drehimpulsvektor  $L$  ändert nur seine Richtung, nicht den Betrag.

Es entsteht eine **Präzession**

# Experiment zur Präzession:



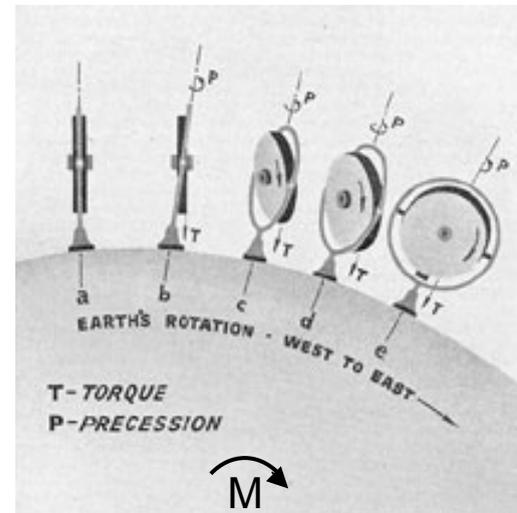
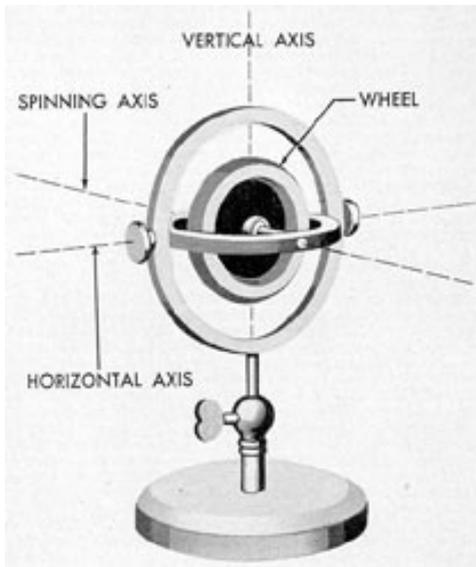
Winkelgeschwindigkeit der Präzession:

$$\omega_p = d\phi/dt = M/L$$

⇒ Die Kreiselachse (Drehimpulsachse) beschreibt einen Kegel um eine vertikale Achse ( $\parallel g$ ), die Präzessionsachse

# Kreiselkompaß

- zeigt immer in die gleiche Richtung (Drehimpulserhaltung)
- zeigt immer nach Norden (Präzession)



$$M \perp L$$

$$M \parallel L$$

# Die Erde als Kreisel

„freier Kreisel“



- Drehgeschwindigkeit
  - Umlaufperiode (Tageslänge)
    - Sonnentag:  $T_{\text{sol}} = 86400 \text{ s}$
    - Siderischer Tag:  $T_{\text{sid}} = 86164,1 \text{ s}$
  - Kreisfrequenz:  $\omega_E = 2\pi/T_{\text{sid}} = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$
- Schiefe der Achse:  $\varepsilon_0 = 23,4392^\circ$
- Trägheitsmoment
  - aus Präzession:  $J = M/(\omega_p \sin\varepsilon_0 \omega_E) = 8,037 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$
  - homogene Erde:  $J = 1/5 m_E(r_a^2+r_b^2) = 9,69 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$
- Drehimpuls:  $L = J\omega = 5,86 \cdot 10^{33} \text{ kg m}^2/\text{s}$
- Rotationsenergie:  $W_{\text{rot}} = 1/2 J\omega^2 = 2,14 \cdot 10^{29} \text{ Joule}$ 
  - Das 500.000.000-fache des Weltenergieverbrauchs pro Jahr!

# Veränderlichkeit der Erdrotation

Mechanismen:

## 1) Änderung des Drehimpulses

- kontinuierliche Abnahme durch Gezeitenreibung (nur Betrag)
- äußere Drehmomente  $\Rightarrow$  Präzession (nur Richtung)
- Austausch von Drehimpuls zwischen Subsystemen
  - feste Erde  $\Leftrightarrow$  Atmosphäre, Ozean, innerer Erdkern
  - reversibel

## 2) Änderung des Trägheitsmomentes

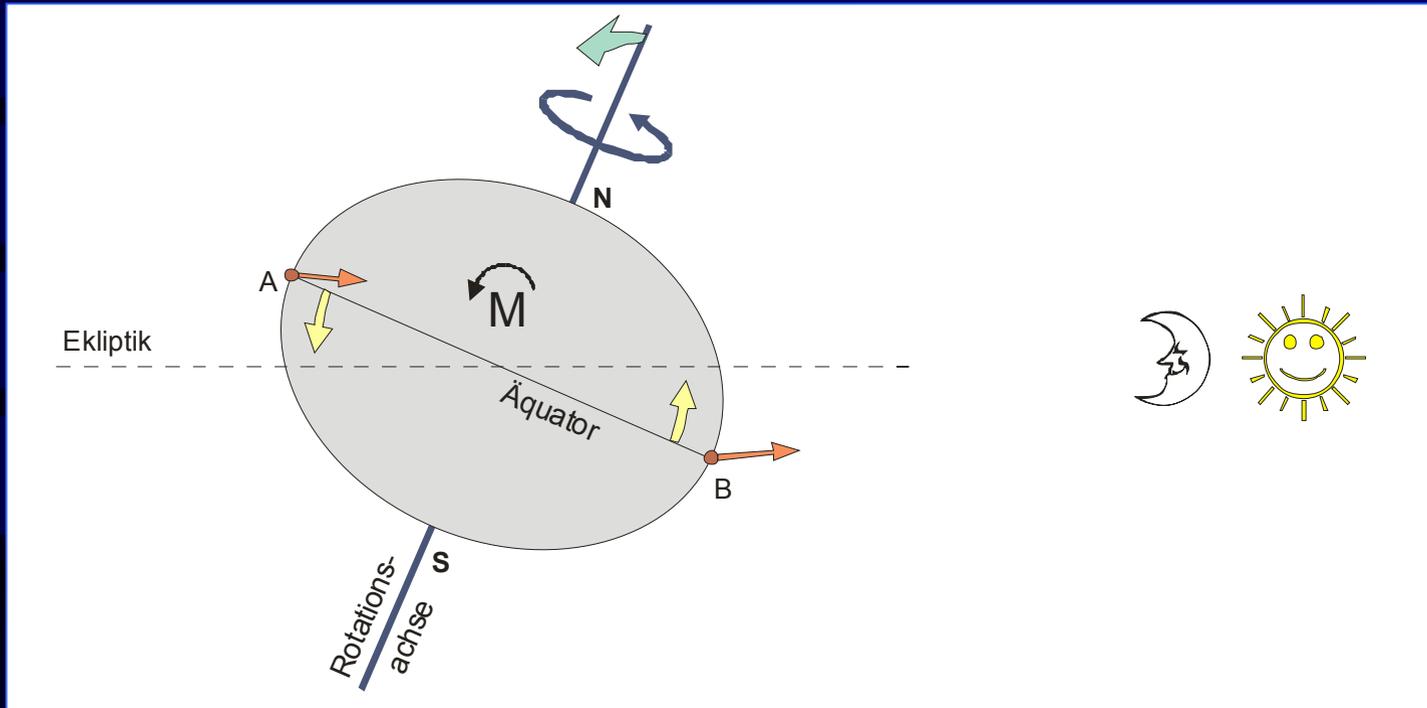
- Umverteilung von Massen (Erdgezeiten, Luftdruck, Ozeane, Süßwasser, postglaziale Landhebung, Erdbeben)

## 3) Oszillation der Rotationsachse („free wobble“)

- Figurenachse und Drehimpulsachse verlaufen nicht parallel  $\Rightarrow$  Nutation („Chandler wobble“) (nur Richtung)

# Bewegung des Himmelspols

- Die **Präzession** der Erde
  - permanentes Drehmoment durch Anziehungskräfte von Sonne und Mond



- Die Drehimpulsachse und damit auch die Rotationsachse weicht senkrecht zu der Kraft aus und beschreibt einen Kegel um den Pol der Ekliptik mit dem Öffnungswinkel von 2 mal  $23,44^\circ$  und einer Umlaufperiode von ca. 25800 Jahren

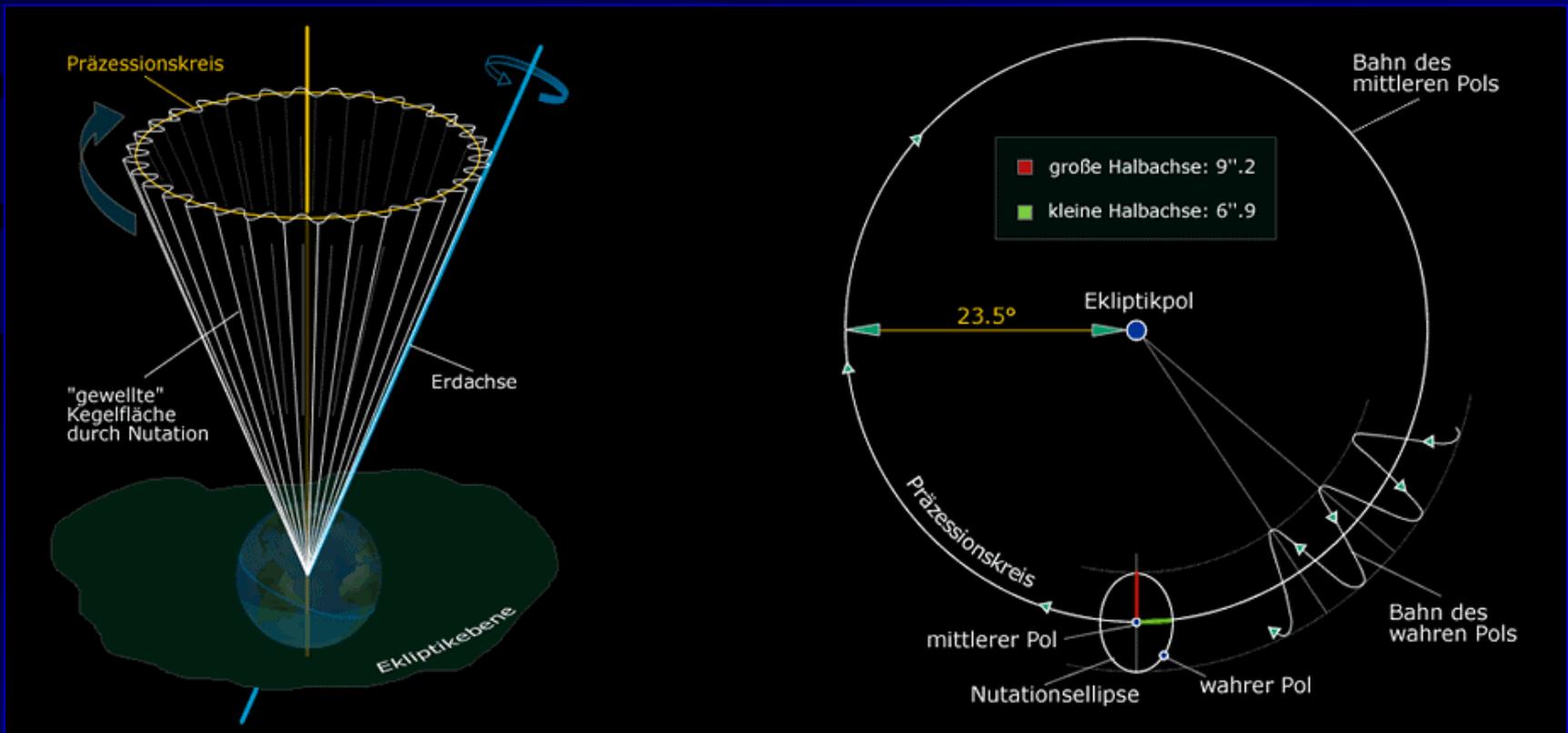


# Die Nutation der Erde

- ist im physikalischen Sinne eine Präzession
- Präzessionsrate und -winkel der Erde werden durch das nicht-konstante Drehmoment variiert, welches vor allem auf die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik ( $5,1^\circ$ ) zurückzuführen ist (Periode 18,6 Jahre). Weitere Nutationsperioden: 13,7 Tage,  $\frac{1}{2}$  Jahr, 1 Jahr, 9,3 Jahre.

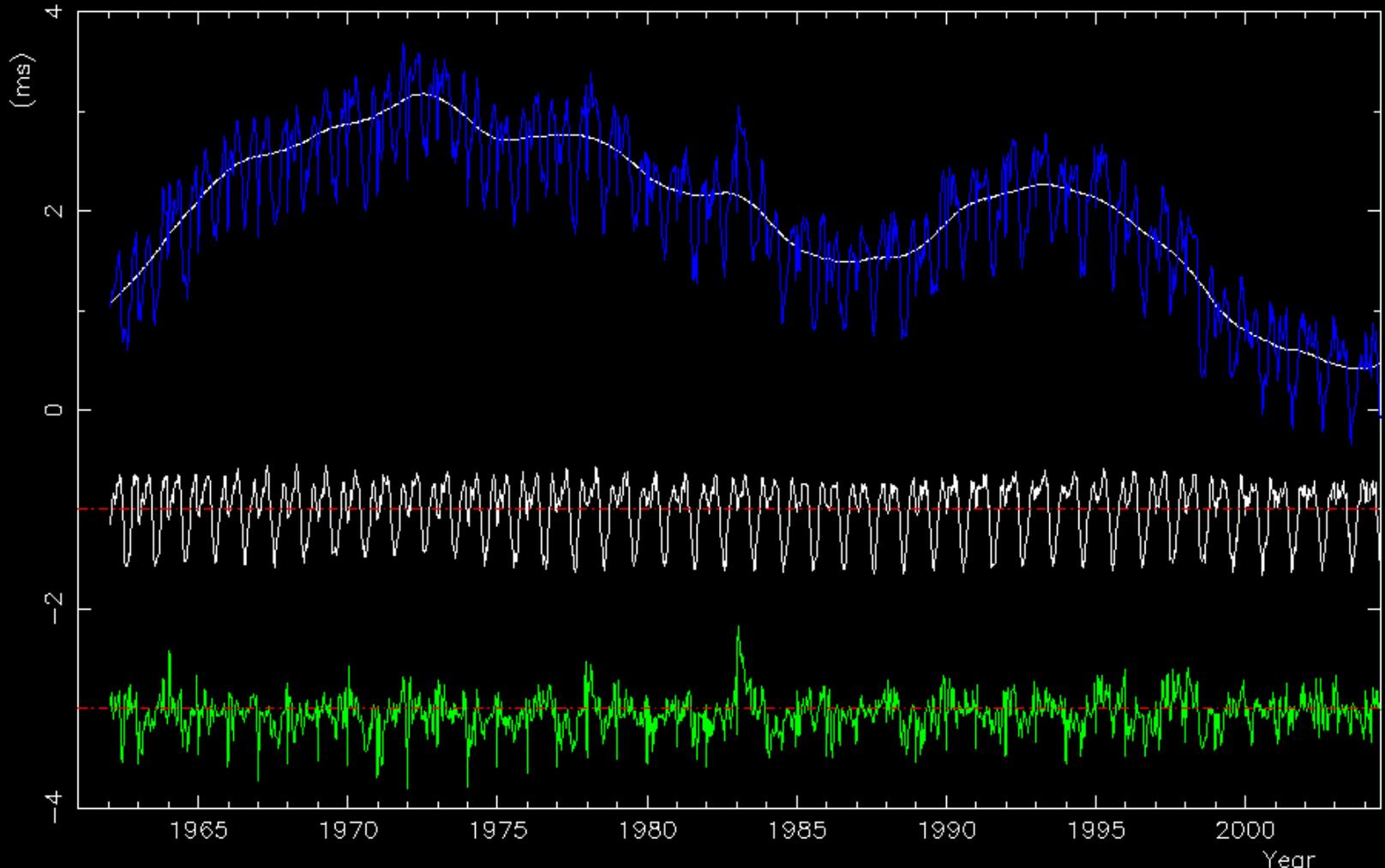


Animation des  
Observatoire  
Royal de Belgique



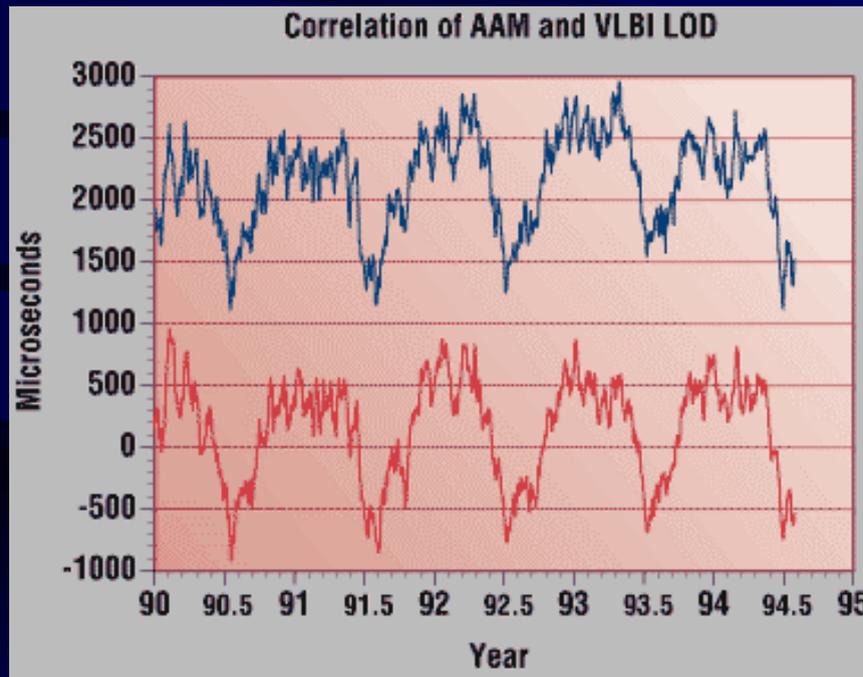
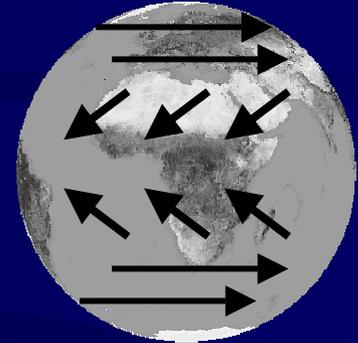
# Änderung der Drehgeschwindigkeit

Filtering of the Length of Day: trend, seasonal variation and residuals



# Ursachen

- Atmosphäre
  - Übertragung von Drehimpuls durch zonale Winde
    - Staudruck an Gebirgen („mountain torque“)
    - Oberflächenreibung („surface friction“)

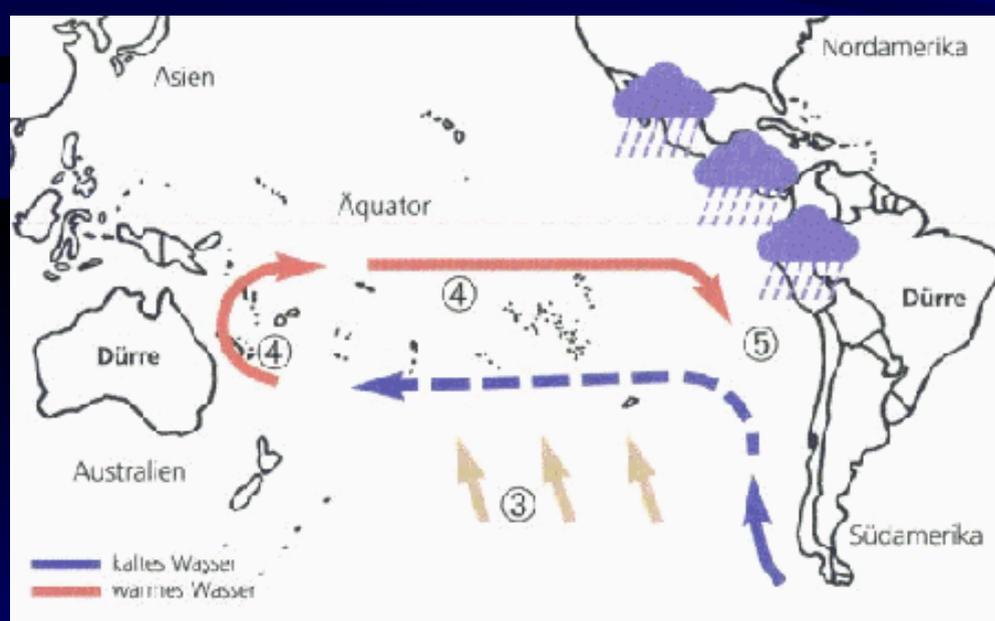
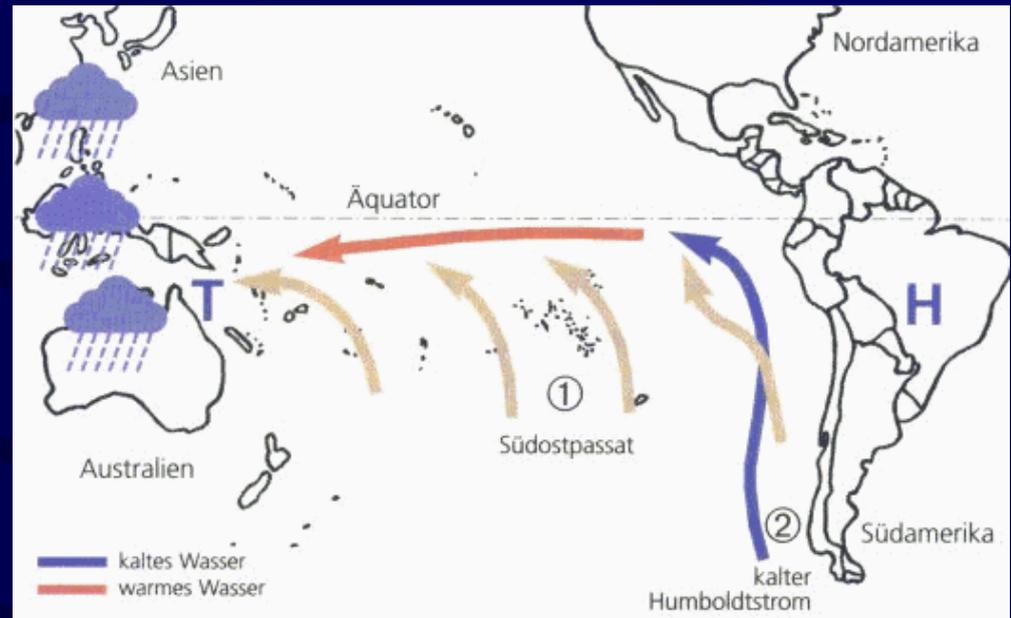


<http://lupus.gsfc.nasa.gov/>

- Biosphäre („Laubfall“): vernachlässigbar, falsches Vorzeichen

# Beispiel: El Niño

Normalzustand: Starke Passatwinde treiben das warme Oberflächenwasser in den Westpazifik



El Niño: Schwache Passatwinde  
- bewirken, dass sich warmes Oberflächenwasser in der gesamten pazifischen Äquatorregion ausbreitet  
- erhöhen den Drehimpuls der Atmosphäre auf Kosten des Drehimpulses der Erde; die Tage werden länger

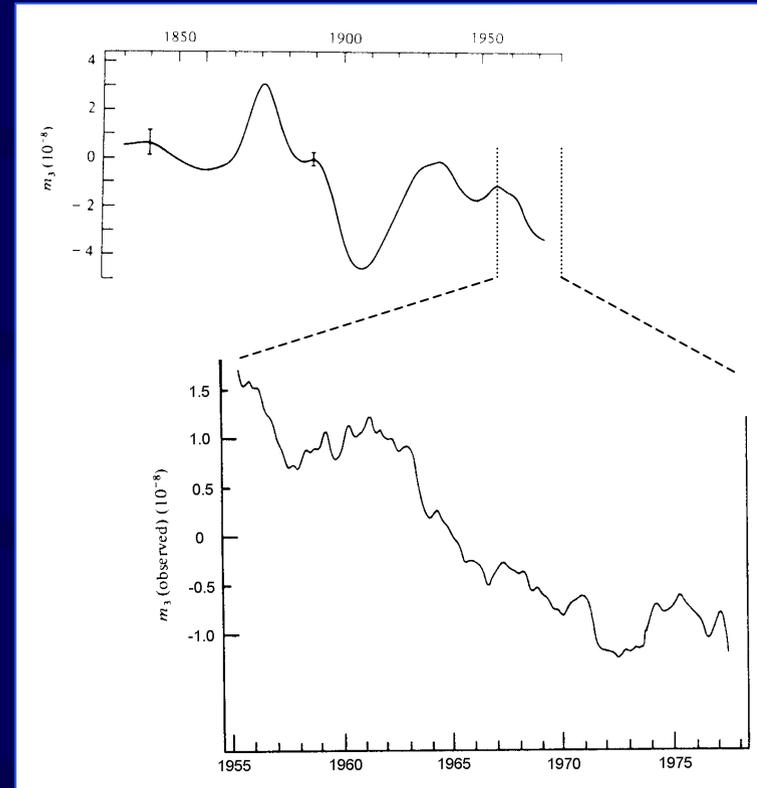
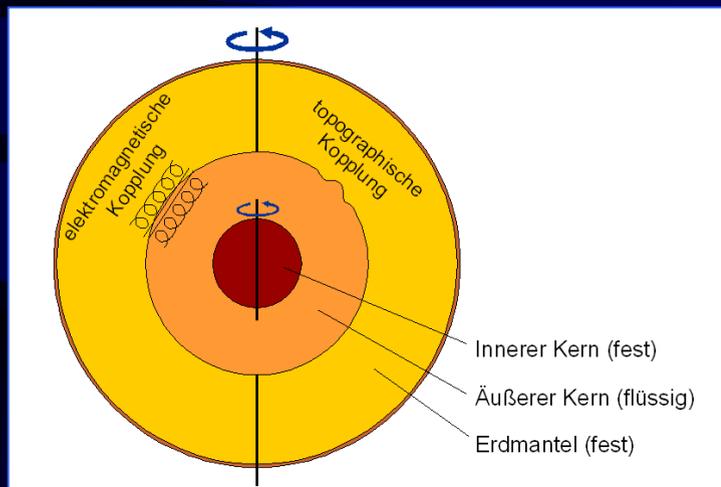
- Gezeiten
  - Meeresgezeiten (Ebbe & Flut)
    - Übertragung von Drehimpuls durch Gezeitenreibung
    - Änderung des Trägheitsmoments durch Wasserhöhe
  - Erdgezeiten (zonale Gezeiten) → Pirouetteneffekt

Gezeitenwelle	Mechanismus	UT1 ( $\mu\text{s}$ )	Pol (p) ( $\mu\text{as}$ )	Pol (r) ( $\mu\text{as}$ )
O1	Gezeitenströmung	18	27	151
	Gezeitenhöhe	5	115	42
K1	Gezeitenströmung	20	49	193
	Gezeitenhöhe	2	136	10041
M2	Gezeitenströmung	22	79	280
	Gezeitenhöhe	6	17	73
S2	Gezeitenströmung	11	42	151
	Gezeitenhöhe	3	17	32
Mf	Gezeitenströmung	17	-	-
	Gezeitenhöhe	102	-	-
Mm	Gezeitenströmung	48	-	-
	Gezeitenhöhe	119	-	-

} zonale Gezeiten

# Langfristige Schwankungen

- Dekadische Fluktuationen (5-20 Jahre)
  - Austausch von Drehimpuls zwischen innerem Kern und Mantel
    - Kern rotiert schneller ( $1-2^\circ/\text{Jahr}$ )
    - Elektromagnetische Kopplung
    - Topographische Kopplung



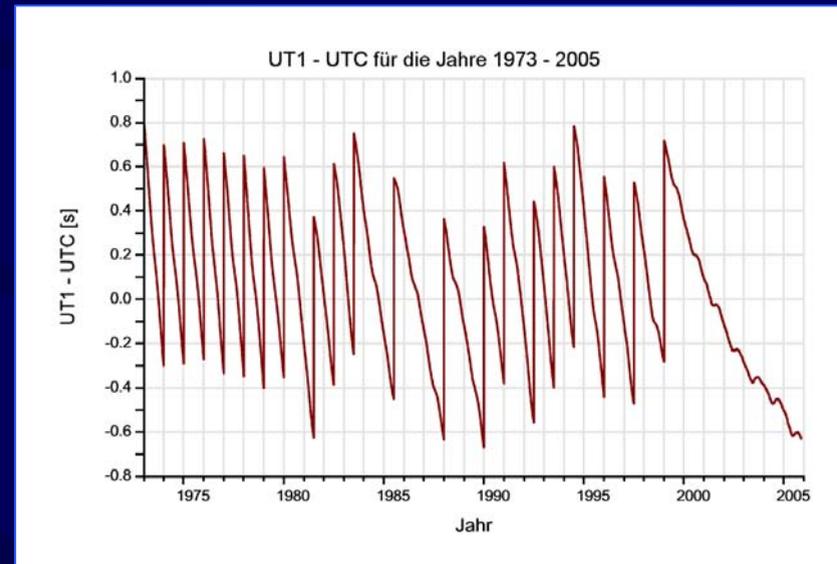
- Fluktuationen über Jahrzehnte/Jahrhunderte
  - Massenverlagerungen im äußeren Kern
  - Anwachsen/Abschmelzen von Gletschereis, postglaziale Landhebung

# Erdrotation und die Zeit

- Definition einer Sekunde:
  - bis 1956: 1/ 86400 des mittleren Sonnentages
  - bis 1967: 1/ 31 556 935,9747 des trop. Jahres (Jahr 1900,0)
  - seit 1967: 9 192 631 770-fache Periodendauer der Strahlung eines Energieübergangs des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$

- Zeitskalen:

- TAI (Temps Atomique International):  
Mittel aller Atomuhren (BIPM)
- UTC (Universal Time Coordinated):  
wie TAI, durch Schaltsekunden an  
UT1 angepasst
- UT1: Zeiskala basierend auf der  
Erddrehung



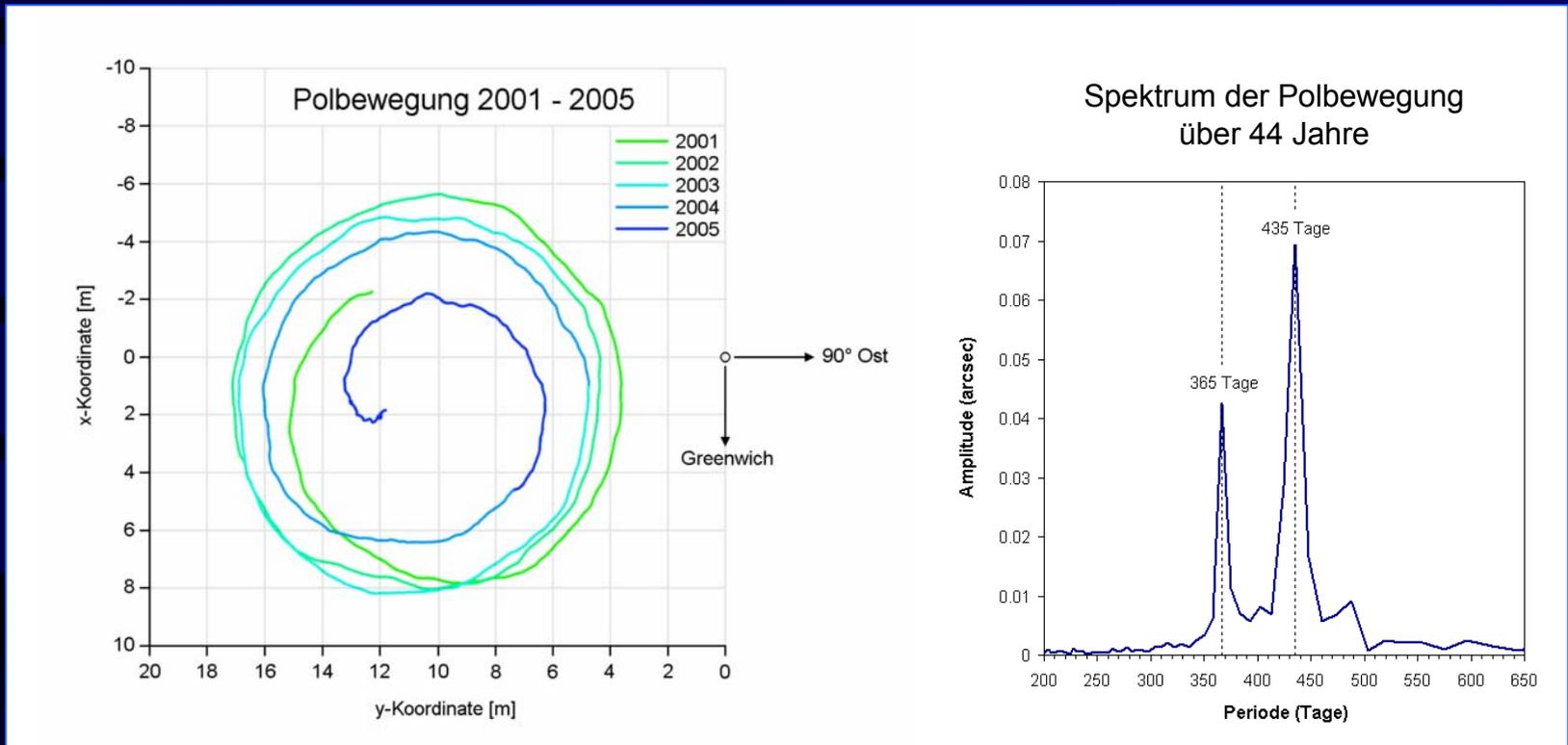
Wikipedia

- Schaltsekunden:

- müssen von Zeit zu Zeit eingefügt werden, damit  $UT1-UTC < 0,9 \text{ s}$

# Polbewegung

- Bewegung der Rotationsachse relativ zur festen Erde (instantaner Pol)

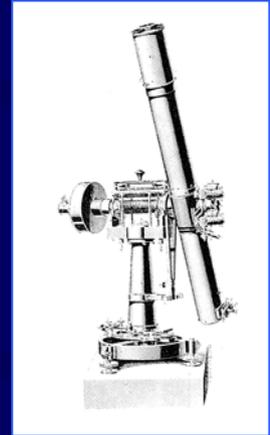


- Ursachen
  - freie Oszillation (Nutation) = „Chandler wobble“
  - Massenverlagerungen (Trägheitsmoment)



# Chandler Wobble

- Küstner entdeckt 1885 die Polbewegung in Messreihen der geografischen Breite („Breitenschwankung“)
- Chandler bestimmt 1890 die Periode auf ca. 430 Tage
- Ursache: Figurenachse und Drehimpulsachse sind nicht parallel (Taumeln oder physik. Nutation)
- Nutationsfrequenz eines starren Körpers:  $\omega_{\text{Nut}} = \omega_z (J_z - J_x) / J_x$   
starre Erde:  $\omega_{\text{Nut}} \approx 1/300 \omega_z$   
 $T_{\text{Nut}} \approx 300$  Tage (Euler-Periode)
- Fragen:
  - wieso stimmt die gemessene Periode nicht mit der berechneten überein?
    - die Erde verformt sich durch wechselnde Fliehkräfte
    - die Verformung ist z.T. anelastisch  $\rightarrow$  Dämpfung  $\rightarrow$  Frequenzverschiebung
  - wodurch wird der Chandler wobble ständig angeregt?
    - Änderung des Trägheitsmomentes z.B. durch Erdbeben?
    - Drehimpulsaustausch mit Atmosphäre / Ozean?



Zenitteleskop

# x-Komponente der Polbewegung:

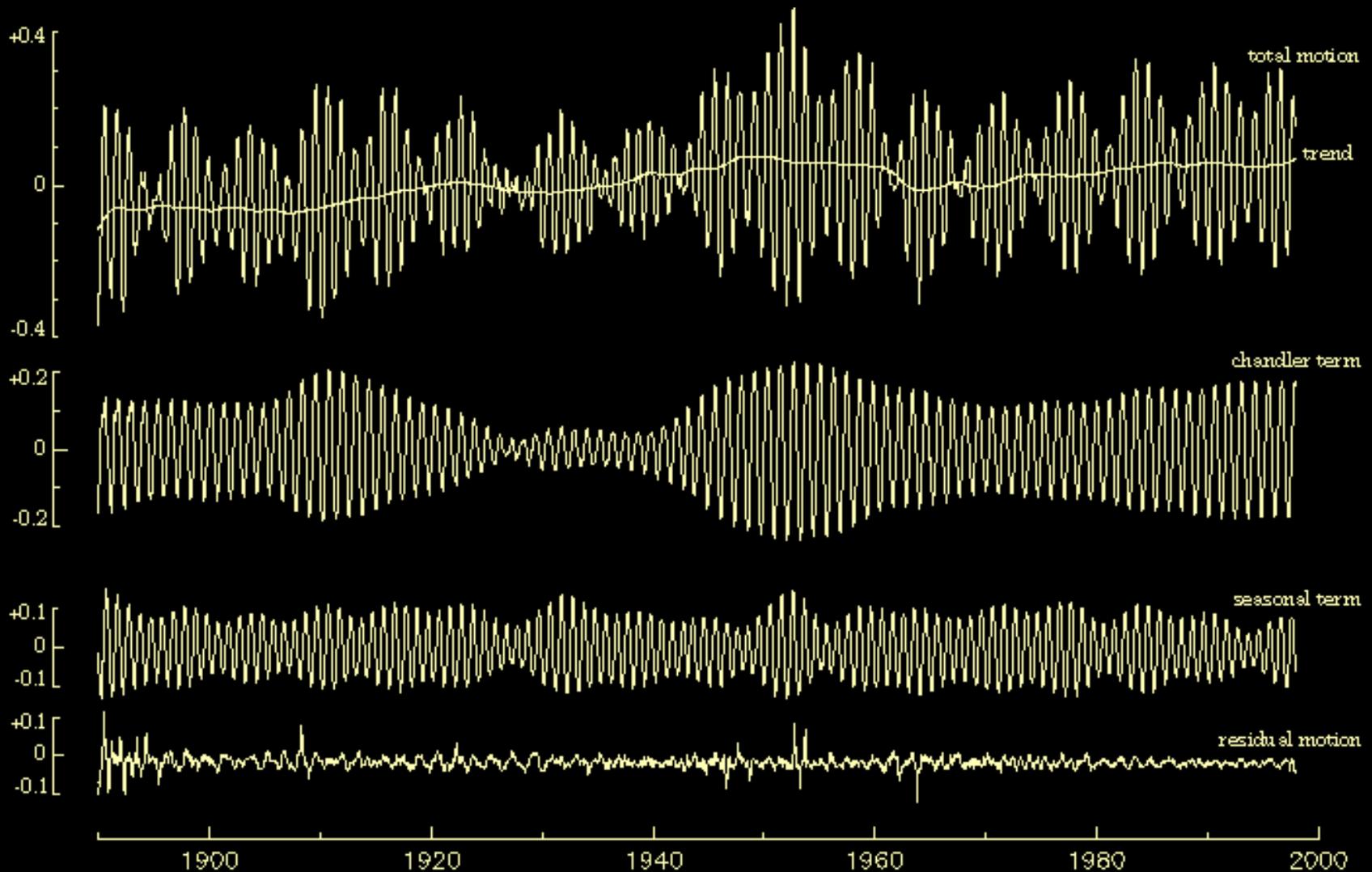
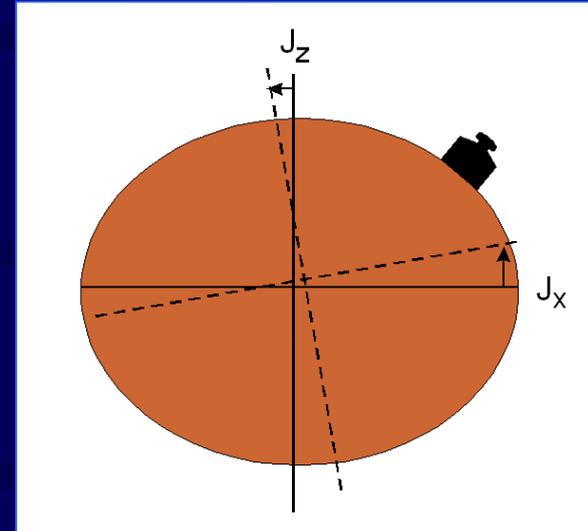


Figure II-2. X - coordinate of the pole Unit: 1".

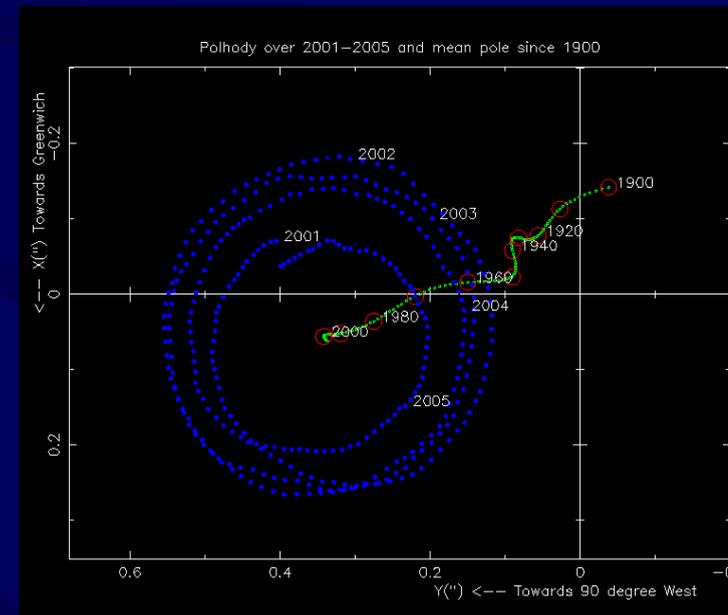
# Polbewegung durch Massenverlagerung

- Ozeane: Gezeiten
- Atmosphäre: Auflast
- Wasserkreislauf
  - Jahresperiodisch: Gletscher, Flüsse, Seen, Grundwasser, Bodenfeuchte
  - Langperiodisch: polare Eiskappen
- feste Erde
  - postglaziale Landhebung (bis 12 mm/y)
  - Plattentektonik (in menschlichen Zeiträumen kaum wahrnehmbar)
  - Erdbeben (kein messbarer Einfluss)

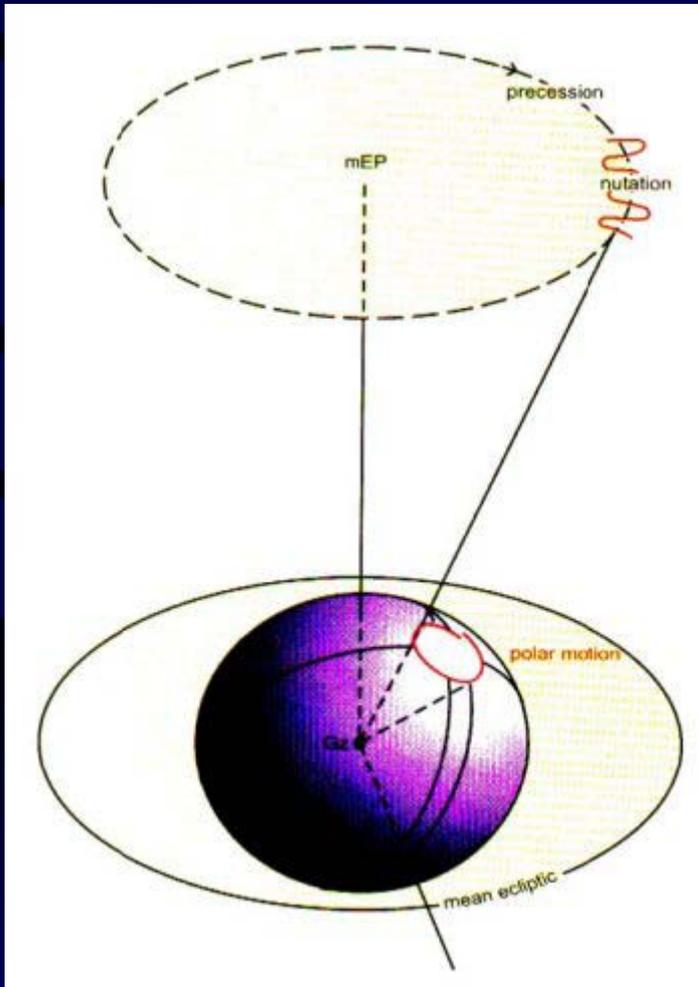


**Beispiel:** Sumatra-Beben 2004. Berechnung der Änderung des Trägheitstensors aus Magnitude und Herdflächenlösung (Chao & Gross 2005)

Tageslängen- änderung	2,68 $\mu\text{s}$	nicht messbar
Polbewegung	2,5 cm	wird überdeckt



# Die Erdrotationsparameter



- Himmelspol
  - Länge  $d\psi$
  - Schiefe  $d\varepsilon$
- Polbewegung
  - $x_p$
  - $y_p$
- Drehgeschwindigkeit
  - UT1 - UTC

# Messung der Erdrotation

- relative Messung
  - Blick nach „draußen“
  - früher: Beobachtung von Sternen
  - heute: Geodätische Weltraumverfahren
  - Ergebnis: Komplette Rotationsmatrix zwischen Beobachter (Erde) und beobachteten Objekten (Sterne, Satelliten)
- absolute Messung
  - Blick nach „draußen“ nicht erforderlich
  - Gyroskope
    - mechanisch (Corioliskraft): Foucault Pendel, mechanische Kreisel
    - mechanisch (Zentrifugalkraft): Beschleunigungssensoren, Gravimeter
    - optisch (Sagnac-Effekt): Laserkreisel (Ringlaser), Faserkreisel
  - Ergebnis: absolute Drehgeschwindigkeit, Winkel zwischen Rotations- und Instrumentenachse (Erde: Polbewegung)



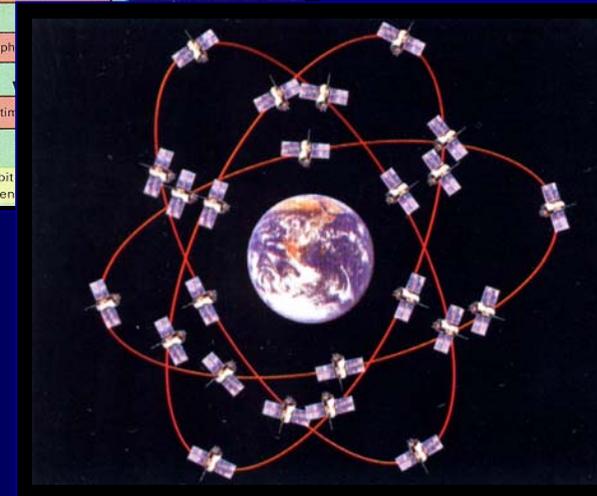
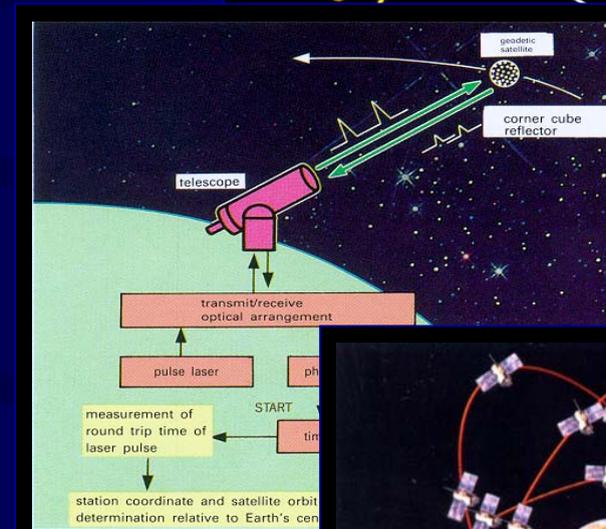
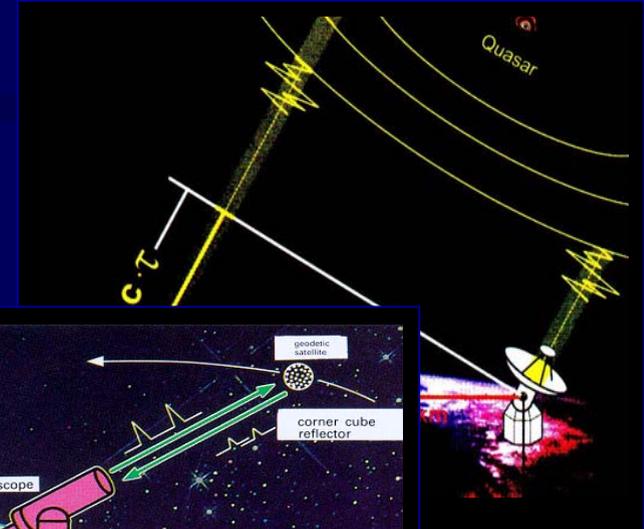
Animation zur  
Corioliskraft der  
Univ. Würzburg

# Laufende Beobachtung der Erdrotation

- Wozu?
  - Satellitennavigation
  - Raumfahrt
  - Astrometrie
  - Astronomie
  - Globale einheitliche Referenzsysteme
  - wissenschaftliche Anwendungen (System Erde)
- International Earth Rotation Service (IERS)
  - Auswertung und Veröffentlichung von Daten
    - der Erdorientierungsparameter (EOP)
    - des Internationalen Terrestrischen Referenzsystems (ITRF)
    - des Internationalen Zälestischen Referenzsystems (ICRF)
  - Vereinheitlichung von Daten und Verfahren (IERS Conventions)
  - <http://www.iers.org>

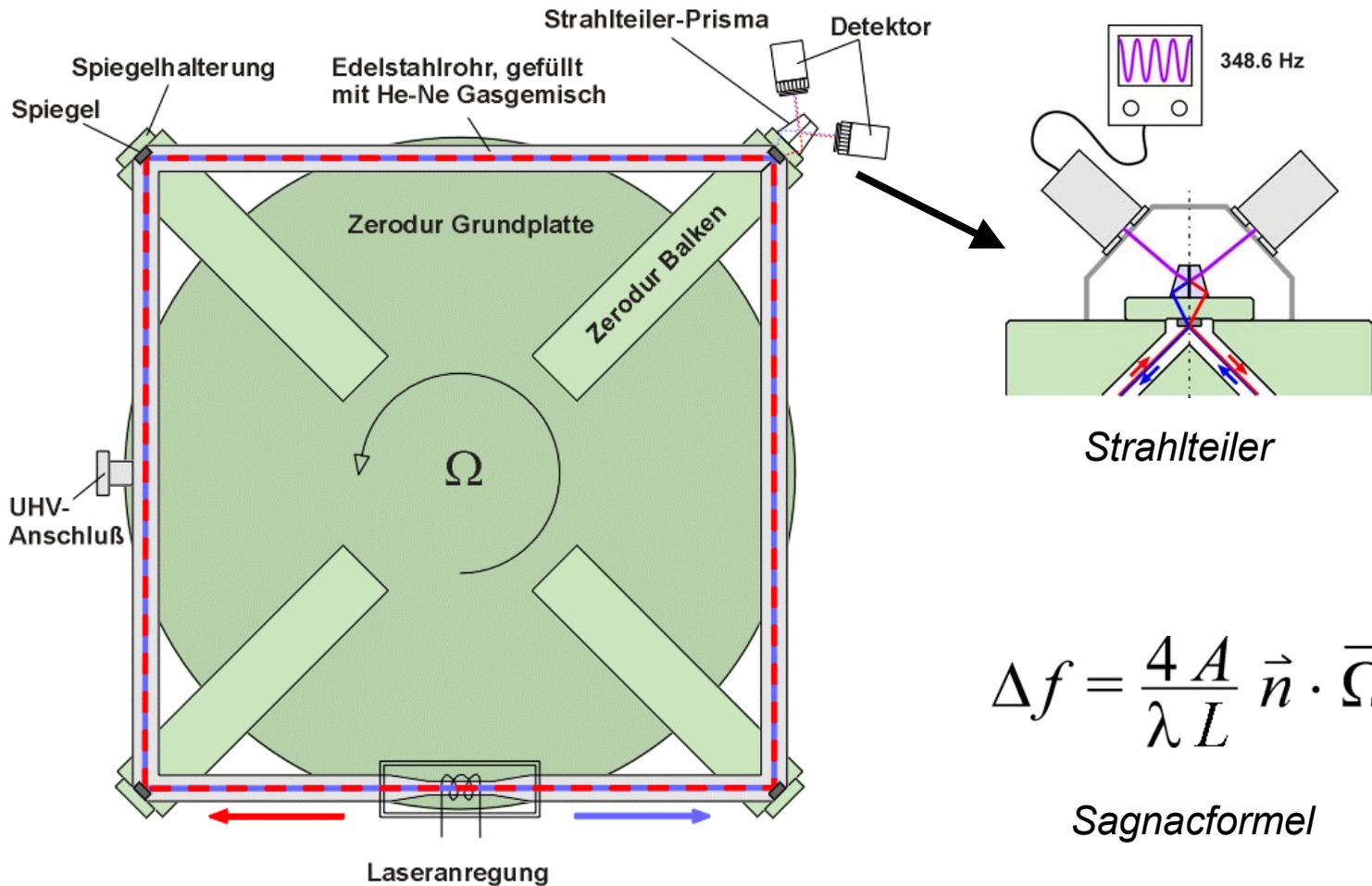
# Geodätische Raumverfahren

- Radiointerferometrie mit langen Basislinien (VLBI)
- Entfernungsmessungen nach Satelliten (SLR)
- Satelliten-Navigationssysteme (GPS, GLONASS, GALILEO)

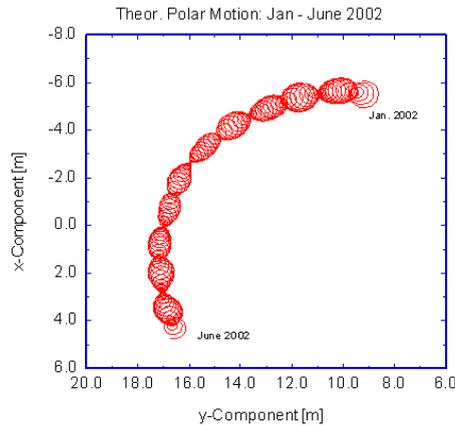


# Großringlaser „G“

Aktives Sagnac-Interferometer, Größe 4m x 4m, Gewicht 10 t

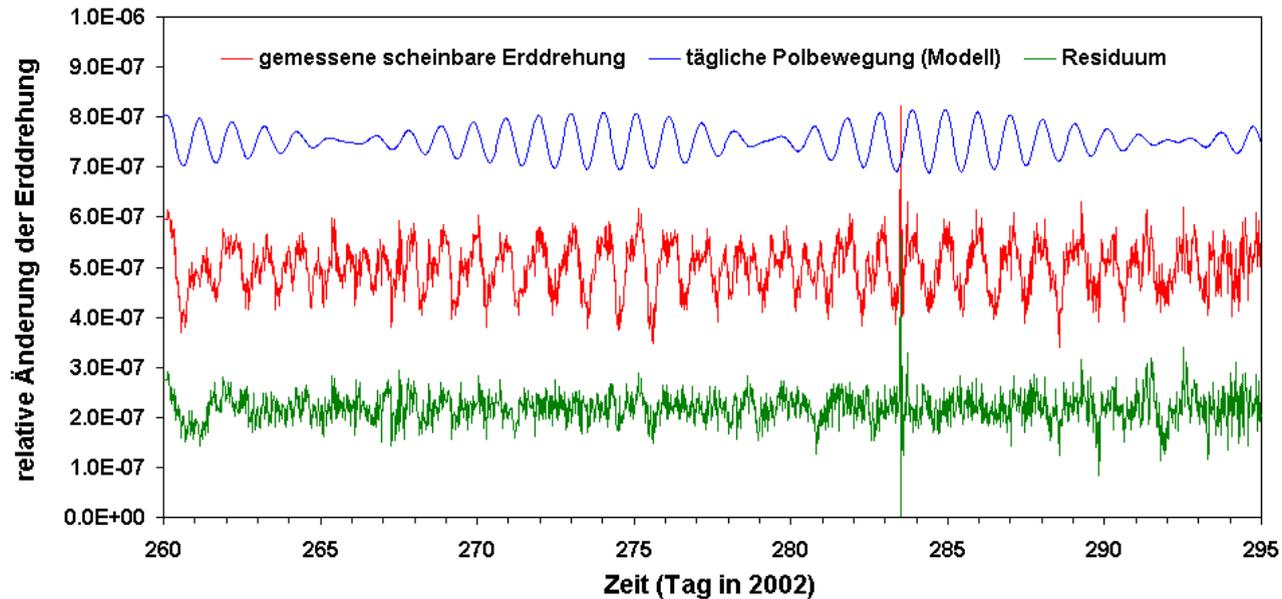


# Daten des „G“



## Tägliche Polbewegung:

- dem „Chandler wobble“ überlagerte, kreisförmige Polbewegung von maximal 60 cm Radius
- mit dem „G“ erstmalig direkt gemessen



# Aktuelle Erdrotationsdaten

- IERS Earth Orientation Center
  - <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/mission.php>
- IERS Rapid Service / Prediction Center
  - <http://maia.usno.navy.mil/>
- Laserkreisel „G“ (Wetzell)
  - <http://www.wetzell.ifag.de/>



## Interessante Links zur Erdrotation:

- <http://de.wikipedia.org> („Erdrotation“)
- <http://www.parallax.at>
- <http://www.iers.org>
- <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/>
- <http://maia.usno.navy.mil/>

Und sie dreht sich noch ...



Danke für Ihre Aufmerksamkeit!