

Die gravimetrischen Messverfahren

oder

Was verrät uns die Schwere über den Aufbau der Erde?

Herbert Wilmes

Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG), Frankfurt a.M.

Gliederung

- Die Physik
- Verfahren zur Schwerebestimmung
- Messinstrumente
- Anwendungen in der Geodäsie
- Ausblick

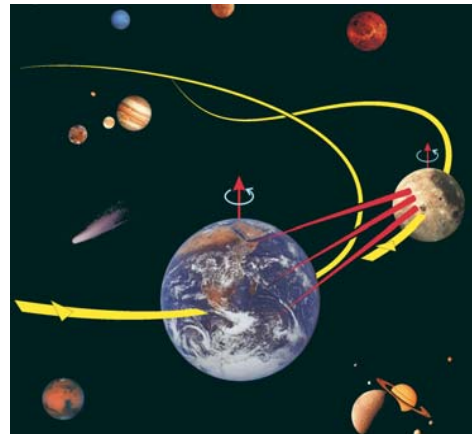
Wie wirkt die Gravitation?

Physik:

- Gegenseitige Anziehung zweier Körper aufgrund ihrer Masse

Wirkungen:

- Bestimmt die Bahnen der Himmelskörper
- Hält uns auf der Erde fest



Newton'sches Attraktionsgesetz

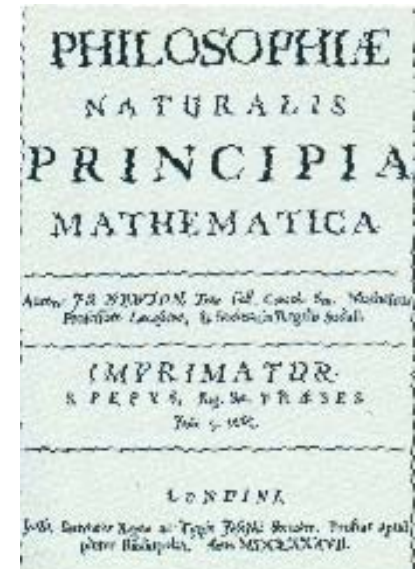


Die Gravitation ist nach Newton (1643 bis 1727) eine anziehende Kraft, die proportional der Masse der beteiligten Körper zunimmt, und im Quadrat der Entfernung abnimmt.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2}$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

F	Gravitationskraft
G	Newtonsche Gravitationskonstante
m_1, m_2	Massen zweier Körper
l	Abstand der Körper



Erdbeschleunigung

Annahmen: Erde = homogene Kugel mit

Radius $r_e \approx 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$

Masse $m_e \approx 5,973 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

$$F_{grav} \Rightarrow m \cdot g = G \frac{m \cdot m_e}{r_e^2}$$

$$\Rightarrow g = G \frac{m_e}{r_e^2}$$

g: Gravitationsbeschleunigung

An der Erdoberfläche:

$$g \approx 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{5,973 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \approx 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Die Zentrifugalbeschleunigung auf Grund der Erdrotation wirkt der Erdanziehung entgegen

Orts- und Zeitabhängigkeit des Erdschwerefeldes

○ Die Schwerebeschleunigung ist **orts**-abhängig

- Höhenabhängigkeit: Zugspitze: 9,80 055 944 m/s²
Garmisch: 9,80 584 564 m/s²

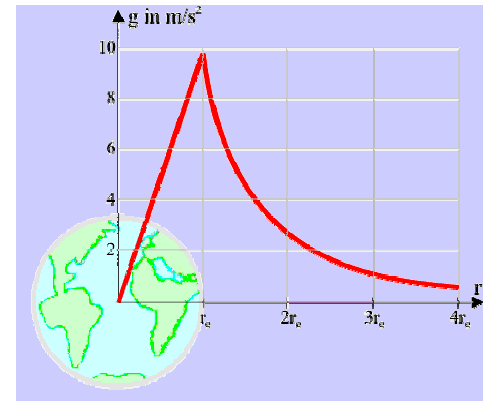
- Abplattung der Erde durch die Erdrotation

an den Polen: 9,84 m/s²
am Äquator: 9,78 m/s²
Flensburg: 9,81 490 042 m/s²

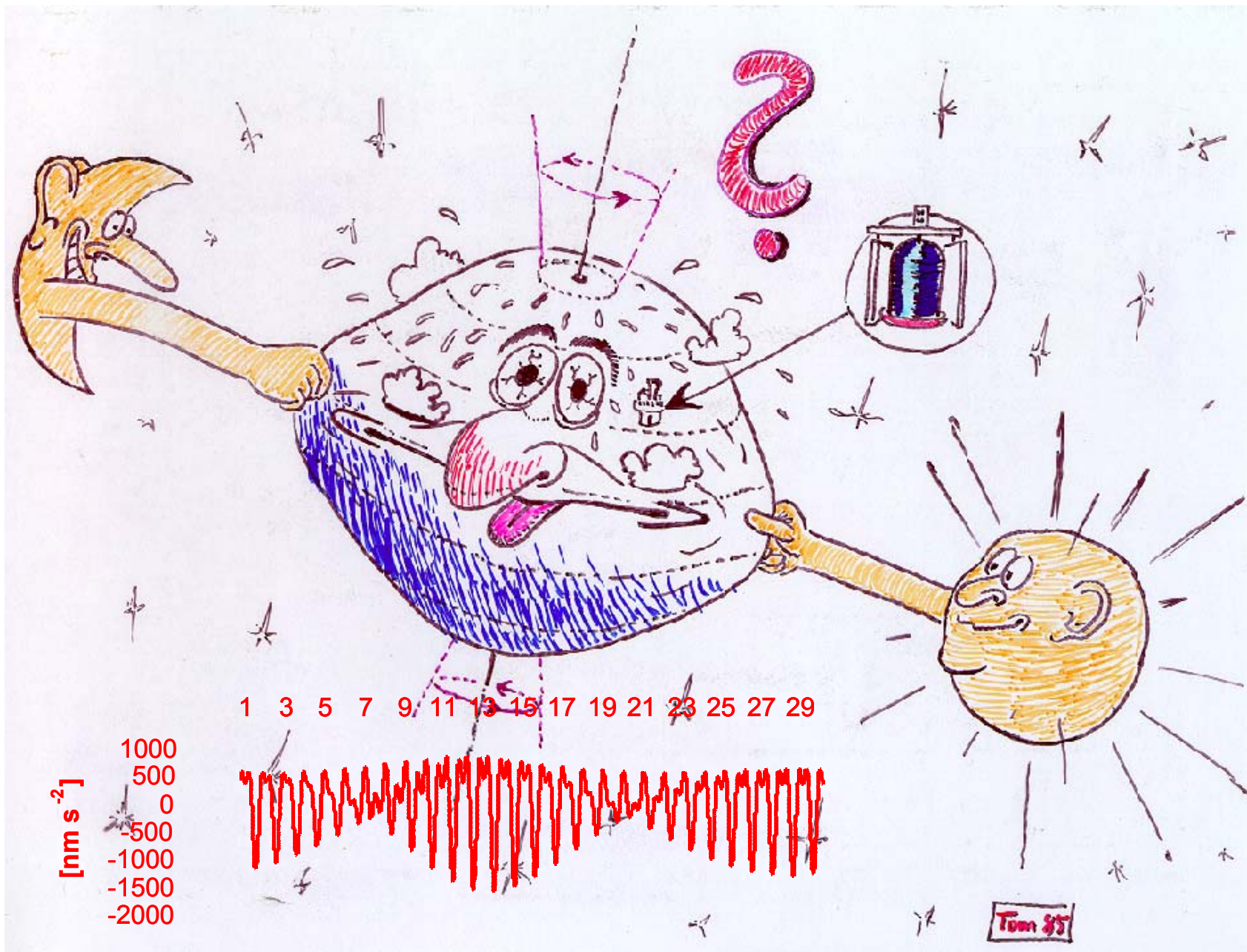
- Massenverteilung im Erdkörper

○ Die Schwerebeschleunigung ist **zeit**-abhängig

- Gezeiten der „festen“ Erde
- Variierende Anziehung und Deformation durch veränderliche Hydrosphäre (Ozeane, Grundwasser), Atmosphäre, Eisauflasten



Erdbeschleunigung g
in Abhängigkeit von
der Höhe



Wie lässt sich die Gravitation messen?

- Pendel
- Federwaage
- Vergleichskraft eines Supraleitenden
Magnetfeldes
- Freier Fall

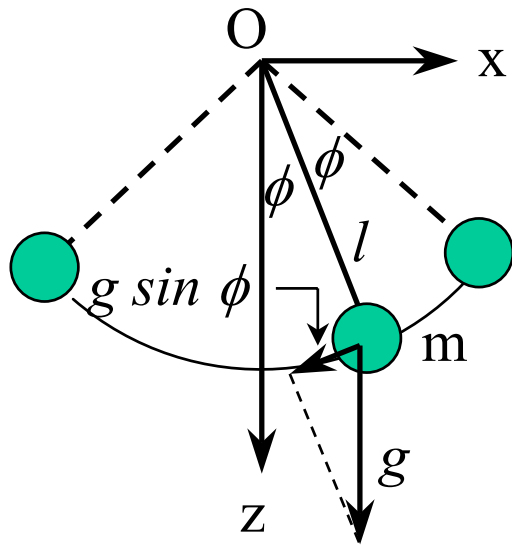
Pendel

○ Pendelmessungen (mathematisches Pendel, Fadenpendel)

F_r = rücktreibende Kraft

G = Gewichtskraft

$$F_r = -G \cdot \sin \phi$$



Für kleine Winkel gilt: $l \cdot \phi + g \cdot \sin \phi = 0$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

g = Schwerebeschleunigung

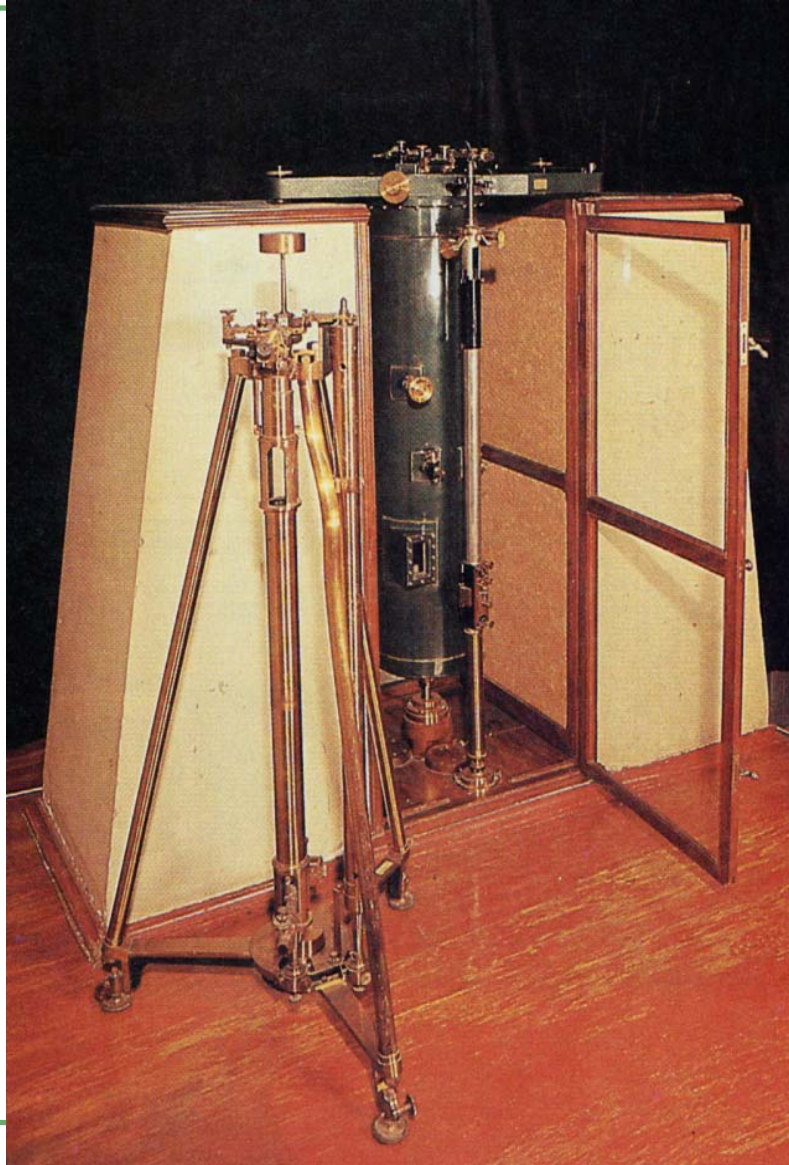
l = Pendellänge

T = Schwingungsdauer

m = Masse

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Historischer Pendelapparat



**Potsdamer
Reversionspendel nach
Kühnen / Furtwängler (1898)
zur absoluten
Schwerebestimmung**

Pendelversuch

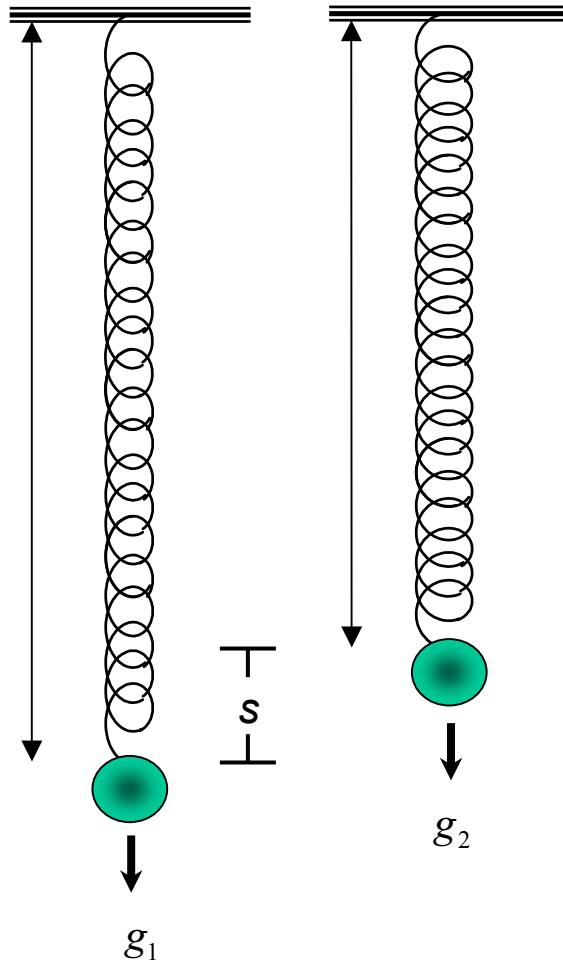
- Konstante Masse
- Konstante Fadenlänge

Pendellänge [m]	Schwingungsdauer [s]	Schwerebeschleunigung [m / s²]
1,000	2,009	9,781
1,000	2,007	9,801
1,000	2,005	9,820
1,000	2,003	9,840

≈ Äquator

≈ Pol

Federwaage



- **Schwerkraftmesser mit Torsionsfeder**

Bei gleichbleibender Masse und Federeigenschaft wird die Feder proportional zur Schwere-beschleunigung ausgelenkt

m Masse

g Gravitationsbeschleunigung

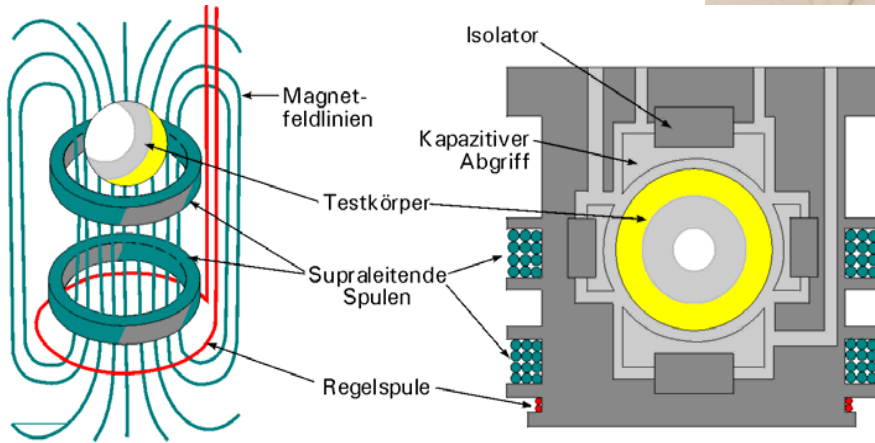
D Federkonstante

s Verlängerung der Feder

$$g = D \cdot s / m$$

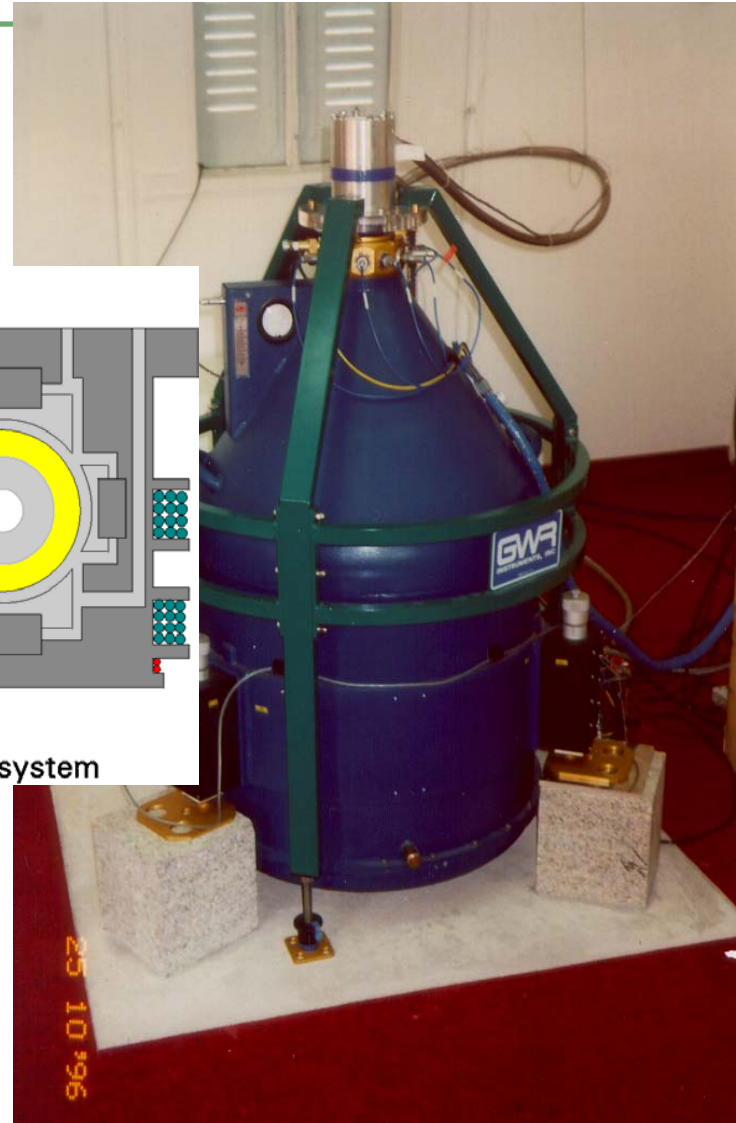
- „Relativer“ Schweremesser

Supraleitendes Gravimeter



Physikalisches Prinzip

Meßsystem

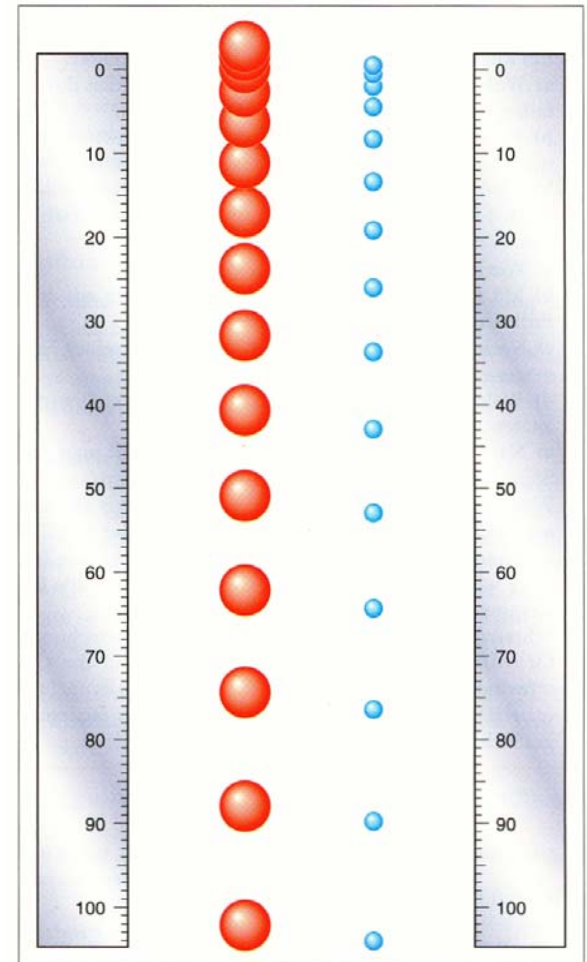


Freifallprinzip

○ Beispiel für eine Freifallmessung

$$z = \frac{g}{2} t^2$$

aus Schulbuch „Metzler PHYSIK“



27.2 Stroboskopische Aufnahme des freien Falls zweier Kugeln verschiedener Masse. In der stroboskopischen Aufnahme wird jeweils die untere Kante der Kugeln zur Bestimmung des Fallweges benutzt.

Freiwurf- / Freifallmessung in einem homogenen Schwerfeld

$$z = z_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2$$

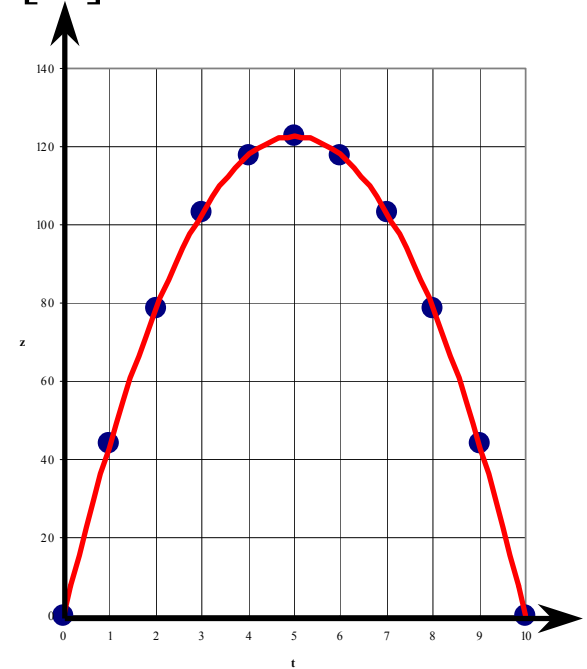
in einem *inhomogenen* Schwerfeld
bei linearem Gradient

$$z = z_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2 \left(1 + \frac{g_z}{12} t^2 + \dots \right)$$

$$g_z = \frac{\delta g}{\delta z} \quad (\text{vertikaler Schweregradient})$$

Höhe des fallenden Prismas

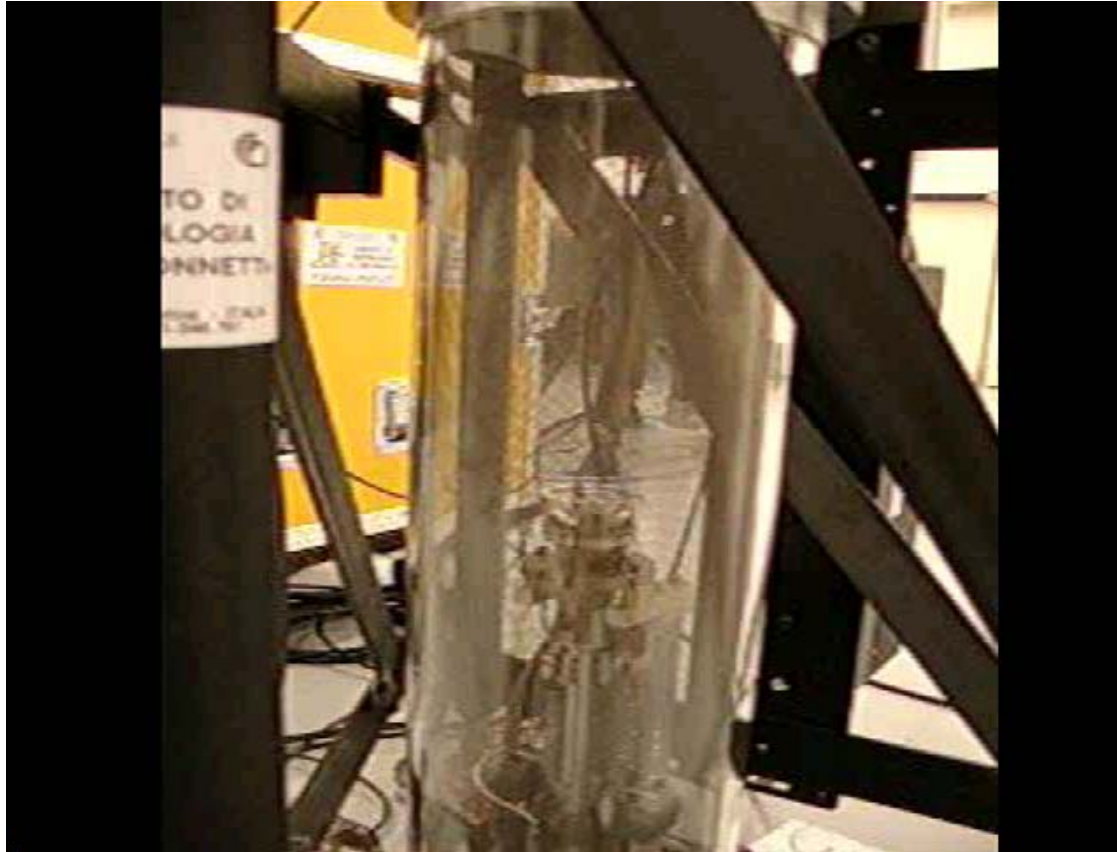
z [m]



Zeit

Abb.: Weg-Zeit-Diagramm der Wurfbewegung

Wurf-Fall-Messung mit einem Absolutgravimeter



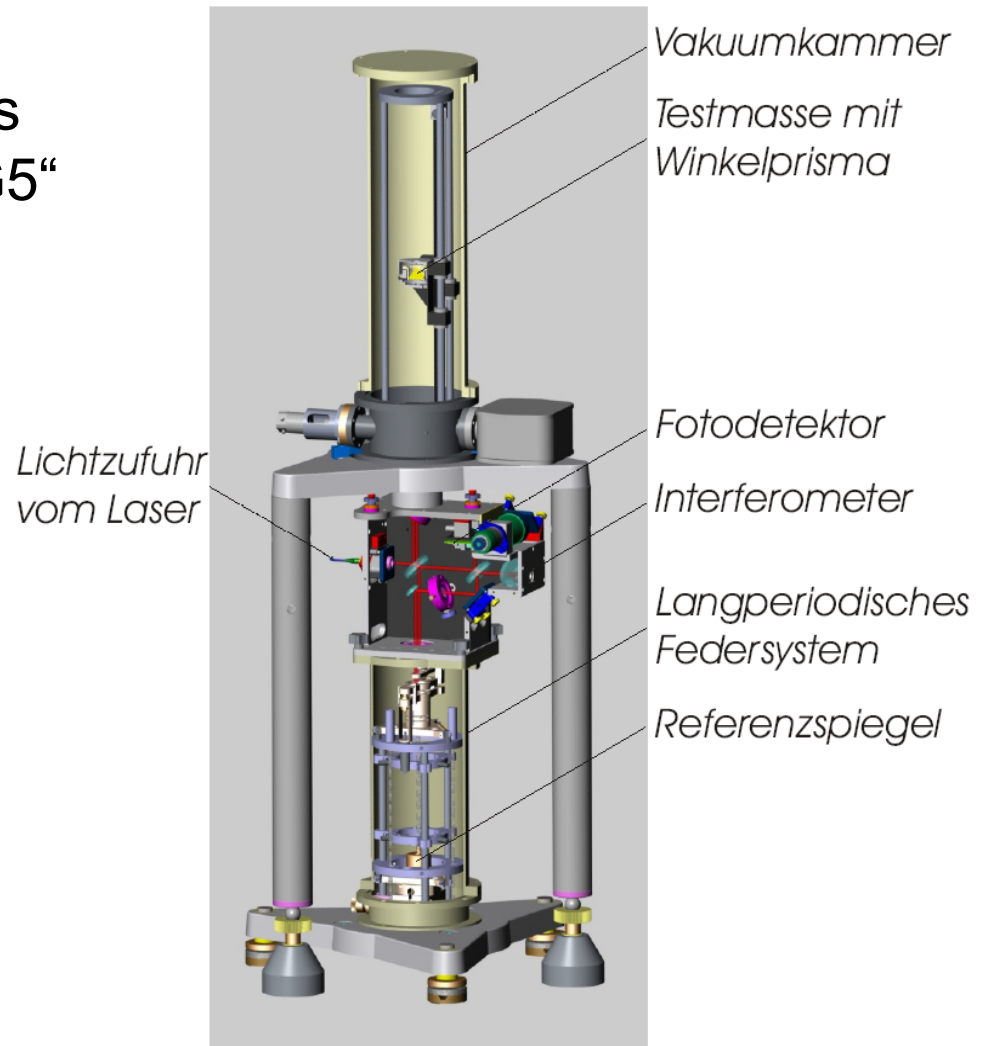
Absolute Schweremessung

Voraussetzungen:

- Genauer Längenmaßstab (physikalischer Standard)
- Genauer Zeitmaßstab (physikalischer Standard)
- Testkörper fällt in einer Vakuumkammer
- Zeitmessung genauer als 1 Nano-Sekunde
- Längenmessung genauer 1 Nano-Meter

Schweremessung im freien Fall

Schnittdiagramm eines Absolutgravimeters „FG5“



Wozu Schwerebestimmung?

Geophysik:

- Geologische Interpretation (z.B. zur Lagerstättenforschung)
- Untersuchung geophysikalischer Prozesse im Untergrund

Metrologie (BKG im Auftrag der PTB):

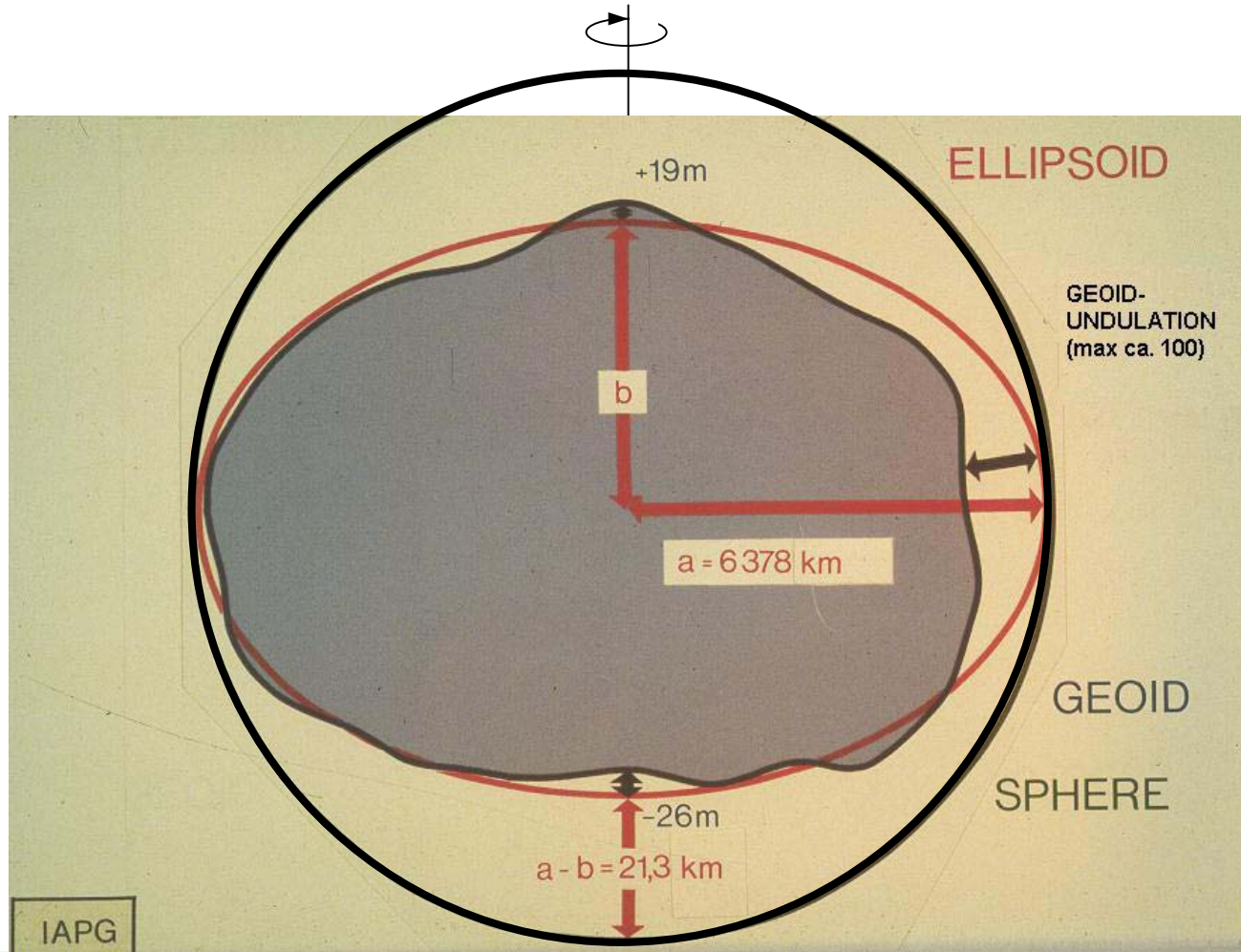
- Physikalische Kenngrößen für Präzisionswaagen und Barometer
- Schwerereferenz für Deutschland

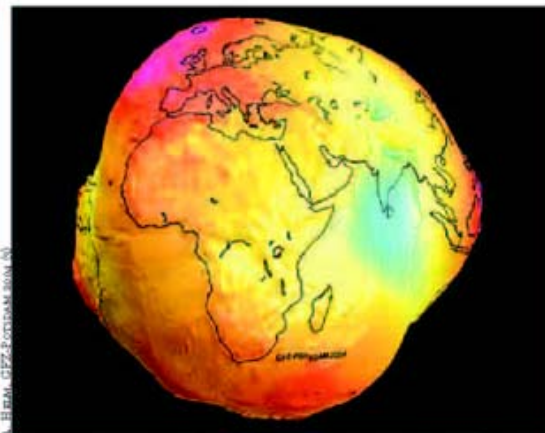
Geodäsie (BKG):

- Referenzfläche für die Höhenbestimmung
- Überwachung von Meeresspiegeländerungen und Höhenänderungen
- Verbindung zu den modernen Satellitenschwerefeld-Missionen
- Transformationsparameter und Korrektionsmodelle für genaueste geodätische Raummessverfahren

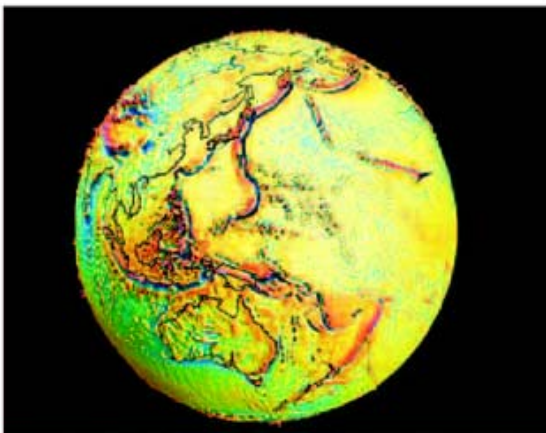
Figur der Erde

„Geoid“ als Bezugsfläche für Höhenangaben

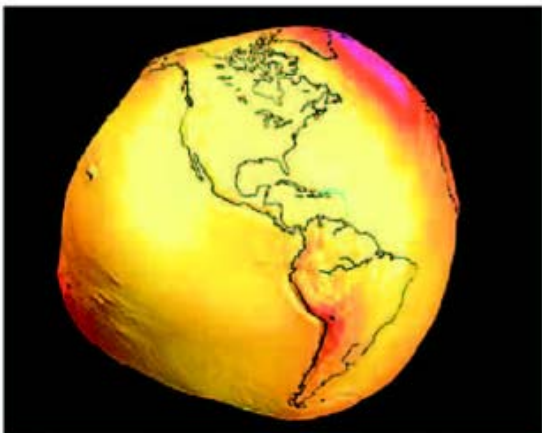




Deutsche Wissenschaftler errechneten die „Potsdamer Kartoffel“ und überhöhten die Unebenheiten der Erde um das Zehntausendfache



Auf dieser Abbildung sind die Unebenheiten farbig markiert. Blaugrün für Gebiete mit geringer, Rot für solche mit erhöhter Anziehungskraft



Die Wassermassen des Pazifik werden leicht in Richtung Australien verschoben, wo die Erdanziehungskraft stärker wirkt

Die Erde ist eine Kartoffel

Erdanziehungskraft ist unterschiedlich verteilt, der Planet verbeult. Selbst die Ozeane sind voller Dellen

Von Axel Bojanowski

SELBST WENN MAN ALLE Gebirge und Meeresbecken einebnete, wäre die „Erdkugel“ nicht rund. Wie eine riesige Kartoffel hat sie viele Dellen und Beulen. Unregelmäßigkeiten der Erdanziehungskraft sorgen dafür, dass alle Stellen auf dem Globus verschieden stark angezogen werden. Gebiete geringer Schwerkraft machen sich als Delle bemerkbar, unter Beulen ist die Erdanziehung besonders hoch. So liegt der Meeresspiegel des Indischen Ozeans örtlich 190 Meter tiefer als der des Westpazifiks vor der Küste Australiens. Ursache ist die nahe Gesteinssehne im Erdinneren, die wie das Innere einer Lavalampe ungleichmäßig umhertreibt. Deshalb sind Mas-

sen mit starker und schwacher Anziehungskraft im Erdinneren unterschiedlich verteilt.

Auch Satelliten spüren diese Unebenheiten. Ihre Bahnen weisen zahlreiche Dellen und Beulen auf – mal werden sie stärker angezogen, mal schwächer. Sie zeichnen damit die Schwankungen der Schwerkraft nach. Diesen Effekt machten sich Wissenschaftler des Geoforschungszentrums Potsdam (GFZ) zu Nutze: Vor zwei Jahren schickten sie zwei Satelliten um den Globus, um deren Bahnen zu vermessen. Das Ergebnis liegt jetzt vor: ein präzises Abbild von der wahren Form der Erde, das so genannte Geoid, auch „Potsdamer Kartoffel“ genannt.

Die größte Delle hat unser Planet bei Indien: dort ist die Anzie-

hungskraft um 0,3 Promille geringer als im Durchschnitt auf der Erdoberfläche. Ein hier zu Lande 70 Kilogramm schwerer Mensch, wiegt im Süden Indiens 21 Gramm weniger. Und bestellt man in Indien beim Schlachter ein Kilogramm, erhält man 0,3 Gramm mehr Fleisch als bei uns.

Wer mit dem Schiff vor der Küste Indiens unterwegs ist, befindet sich 120 Meter unter dem mittleren Meeresspiegel. Das Wasser wird von der Umgebung angezogen, wo die Schwerkraft größer ist – daher gibt es die Delle im Indischen Ozean. Kein Seefahrer kann diese ozeanischen Gebirge sehen, dafür sind die Unebenheiten zu großräumig. Und um aus dem Tal herauszufahren, benötigt das Schiff keine zusätzliche Ener-

gie. Denn die Schwerkraft ist in einer Delle genauso groß wie auf einer Beule – die Anziehung ist auf der gesamten Oberfläche der „Potsdamer Kartoffel“ gleich groß. Das Schiff fährt also zwar bergauf, wird dabei aber nicht wie ein Bergsteiger von der Schwerkraft nach unten gezogen. Aus dem gleichen Grund fließt das Wasser nicht bergab in die Delle hinein. „Sowohl die Delle als auch die Beule entsprechen der Meereshöhe Normal Null“, sagt Christoph Reiger vom GFZ – denn Normal Null ist der sich natürlich einstellende Meeresspiegel. GPS-Navigationsgeräte sollen in Kürze mit den jetzt veröffentlichten Daten des Potsdamer Geoids programmiert werden.

Während sich die Meeresoberfläche gemäß der „Kartoffel“-Form einstellt, verharrt das Festland jedoch in seinen Formationen – es ist zu starr, um sich entsprechend auszurichten. So zeigen die neuen Satellitenbilder nur im

Falle der Ozeane die wahre Gestalt der Erde: Die Meeresoberfläche ist tatsächlich kartoffelförmig.

In Wirklichkeit weicht auch der Meeresspiegel örtlich von der vom Satelliten gemessenen Höhe ab, allerdings maximal um zwei Meter. Für Ozeanografen ist die „Potsdamer Kartoffel“ deshalb von großer Bedeutung, denn mit den Satellitenbildern können sie Strömungen ausfindig machen: So liegt das Meeresniveau in der Karibik knapp einen Meter höher, als es sich allein durch die Schwerkraft einstellen würde. Der Grund: Östliche Passatwinde drücken das Wasser gegen die Ostküste Amerikas, wo es sich staut.

Auf dem Festland zeigen die Satellitenbilder zwar nicht die wahre Form der Erde, aber dafür entlarven sie auch dort Schwankungen der Schwerkraft und gewähren damit einen Blick ins Erdinnere. Über Granit oder Eisenerzkommen etwa ist die Erdanziehung größer als über Kalkstein

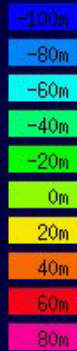
oder Salzstöcken. Auch Tiefseegräben, untermeerische Vulkane, mittelozeanische Rücken oder Gesteinsumwälzungen im Erdmantel spiegeln sich im Geoid wider.

Vor sechs Jahren veröffentlichten die GFZ-Forscher die erste „Potsdamer Kartoffel“ – eine Schwerkraftkarte des Satelliten „Champ“. „Die aktuellen Messungen sind noch hundert Mal genauer“, freut sich Reiger.

Im Vergleich zum Radius der Erde von mehr als 6000 Kilometern machen sich schwachbedingte Höhenunterschiede von knapp 200 Metern kaum bemerkbar. Um die Höhenschwankungen überhaupt sichtbar zu machen, wurden sie auf dem Geoid 10 000-mal höher dargestellt, als sie in Wirklichkeit sind. „Die überhöhte Darstellung macht die große Bedeutung der Dellen und Beulen des Geoids, die immerhin die Höhe von Wolkenkratzen erreichen, für den Menschen deutlich“, erklärt Reiger.

gfz96.coeff lmax=360

s=291.2 w=660 h=600 b=15000 res=0.25°



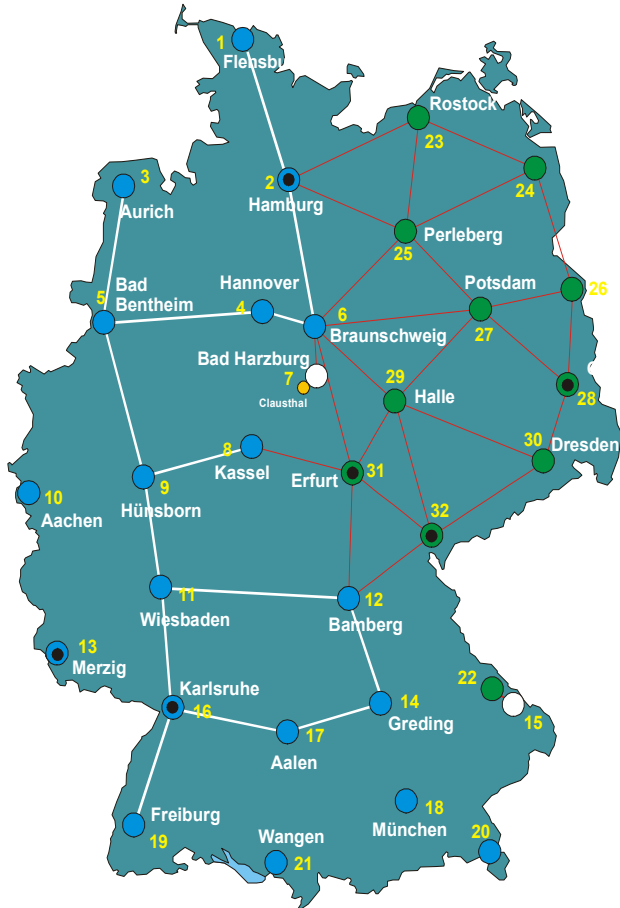
(c) wolfk@gfz-potsdam.de

view : 0° 60°

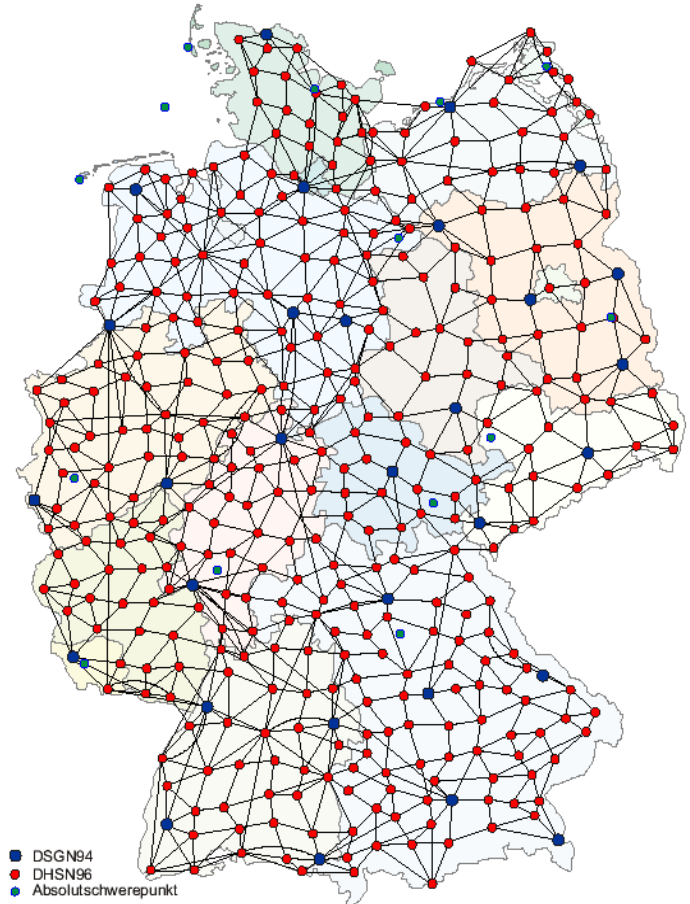
GFZ

Netze von Schwerestationen

Deutsches Schweregrundnetz DSGN1994



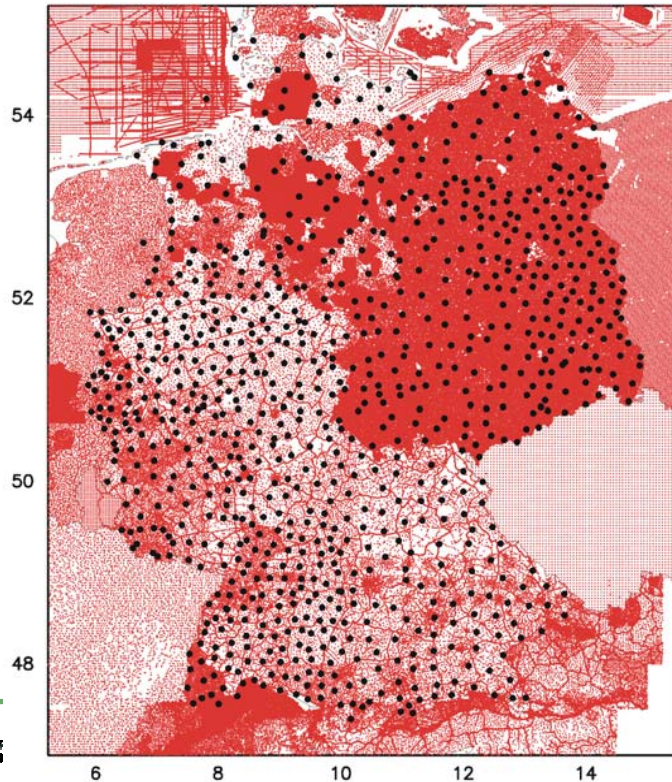
Deutsches Schweregrundnetz 1994 (DSGN94)
Deutsches Hauptschwerenetz 1996 (DHSN96)
GREF-Stationen



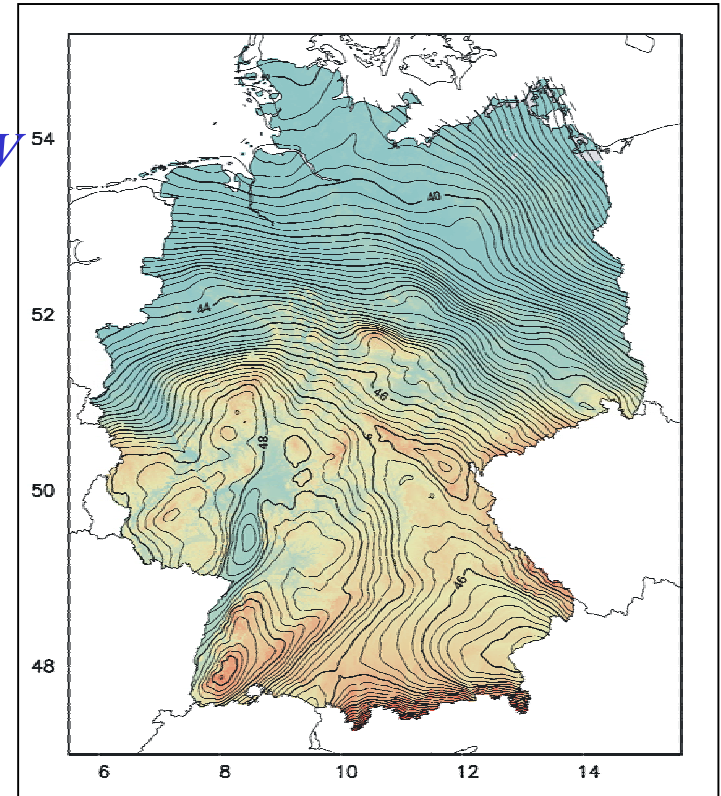
Geoidmodellierung

Beobachtungen

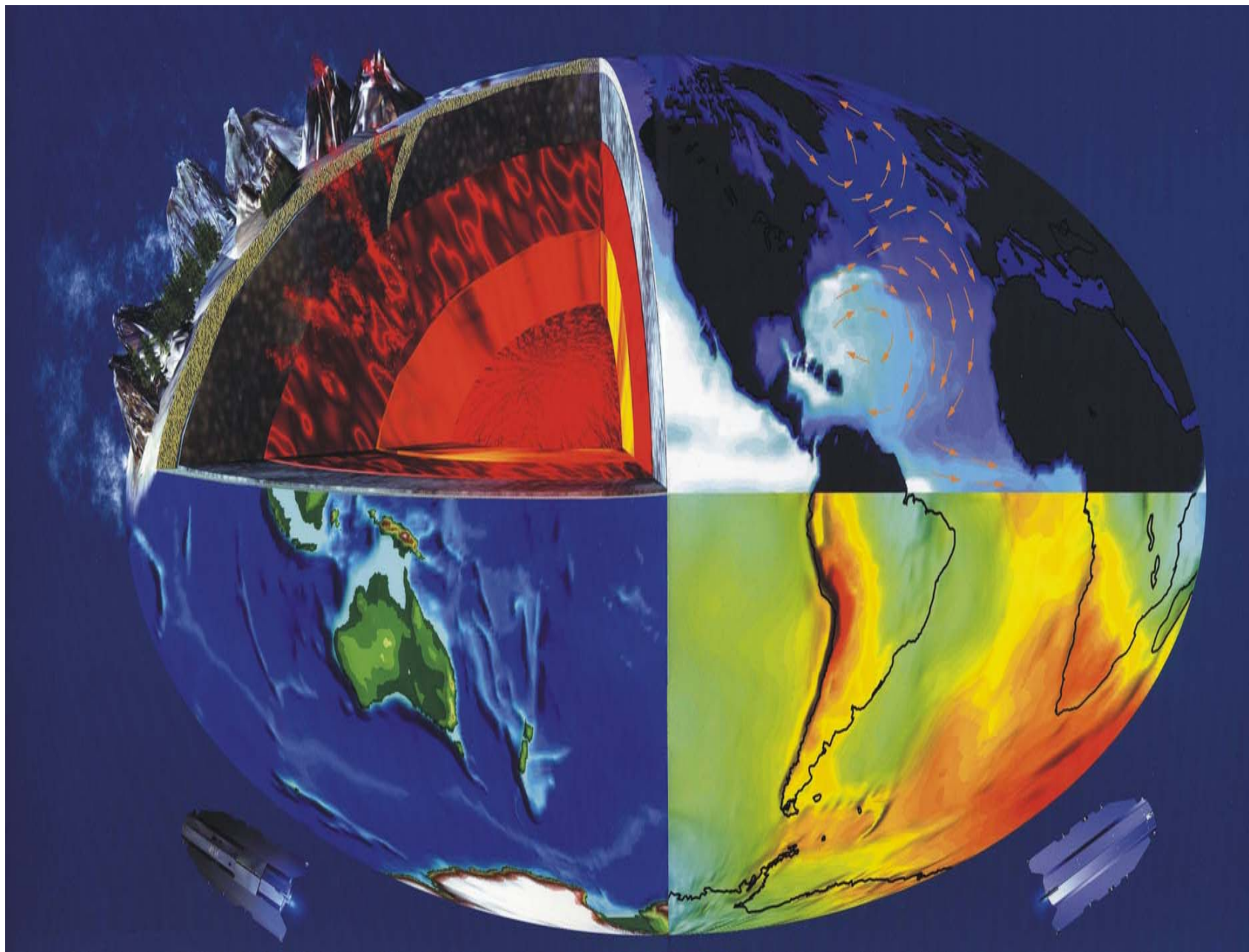
- GPS/Niv.-Punkte im Abstand von ~25km
- 2 x 2km Freiluftanomalien abgeleitet aus 300000 Schweremessungen



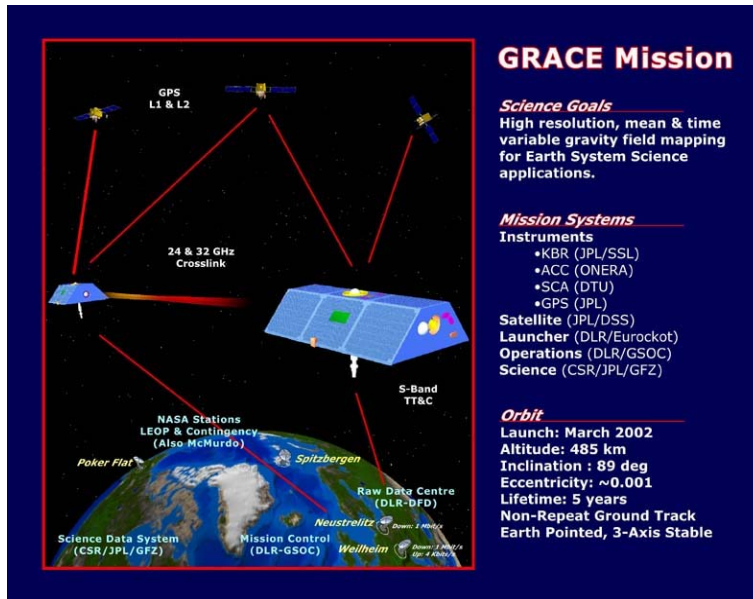
W
 g



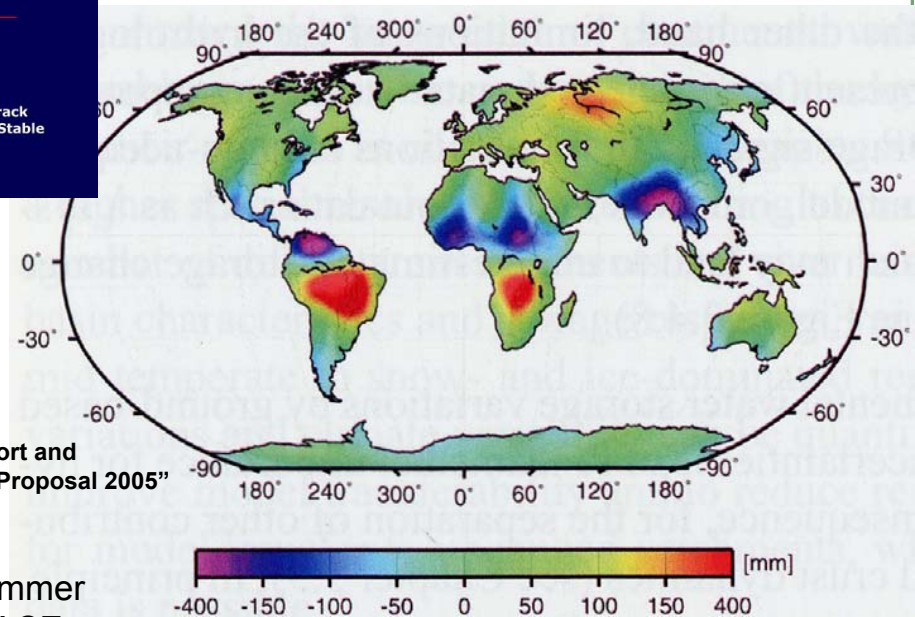
	RMS	Min	Max
Nordost	9,4 mm	-3.1 cm	2.3 cm
Nordwest	10.6 mm	-4.5 cm	2.1 cm
Süd	15.7 mm	-5.5 cm	6.3 cm



Validierung der Satellitenschwerefeldmissionen



Globale Schwerevariationen auf
Grund hydrologischer
Massenvariationen aus
GRACE Schwerefeldmodellen



aus: "Mass Transport and
Mass Distribution, Proposal 2005"

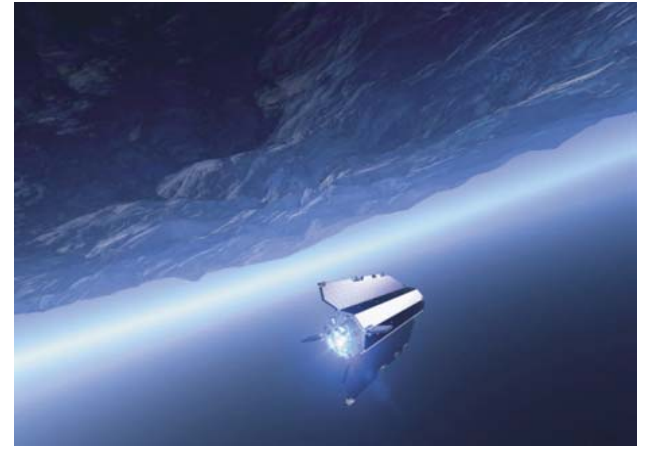
Differenzen Frühjahr - Sommer
2003, beobachtet mit GRACE

Millimeter Wassersäule

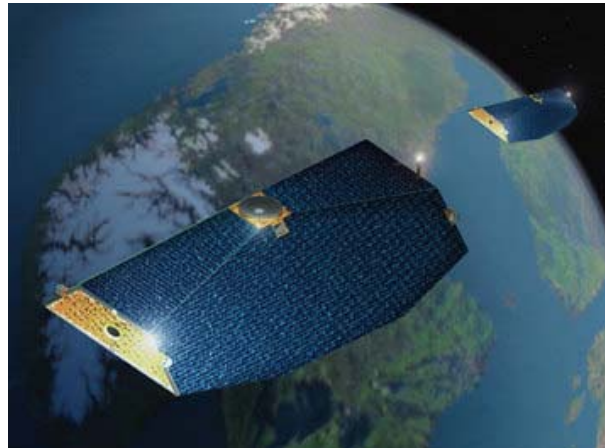
Moderne Satelliten-Schwerefeldmissionen



CHAMP



GOCE



GRACE

Erprobung eines neuen feldtauglichen Absolutgravimeters

A10 Absolutgravimeter für Feldmessungen

Entwicklung bei Micro-g, USA

Erste Auslieferung eines Prototyps 1999, Grundlegende Überarbeitung 2004

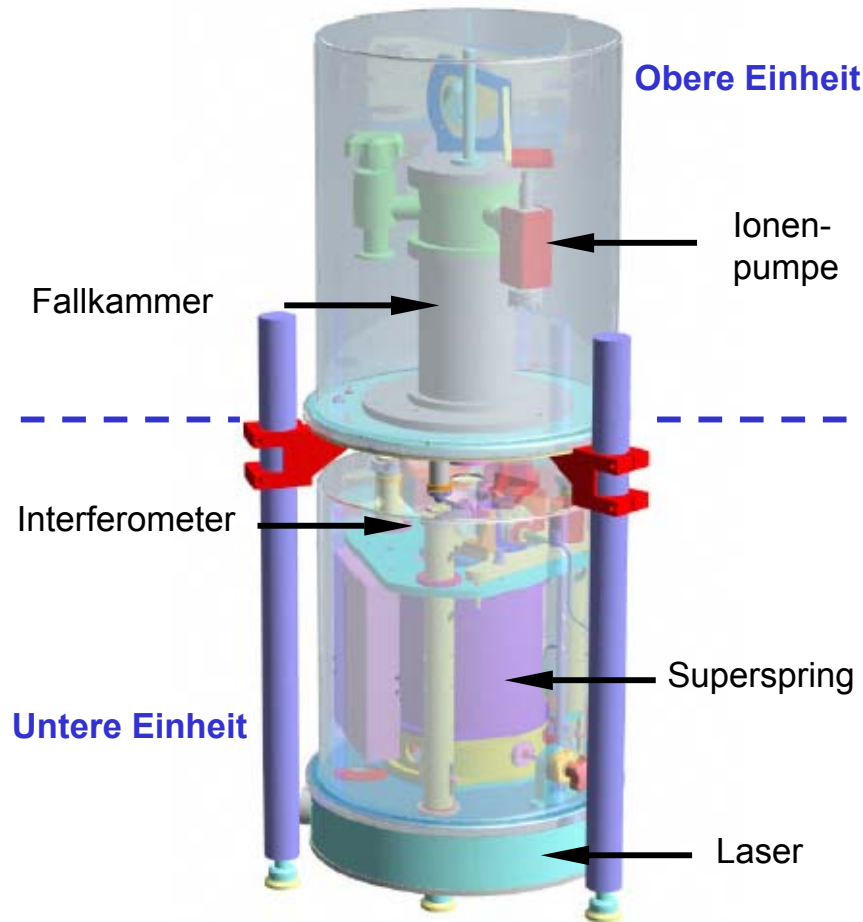
Bisher ca. 15 Geräte gebaut



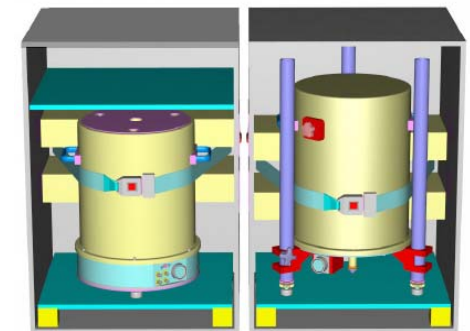
- Netzunabhängiger Betrieb, 12 V
- Einfache Aufstellung im Feld
(Messkomponenten je 20 kg)
- Automatische Horizontierung
- Messbetrieb und Auswertung automatisiert
(Laptop/PC)
- Messfrequenz 1 Hz
- $\pm 10 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$ nach < 1 Stunde Messung
($\pm 10 \mu\text{Gal}$)



Erprobung eines neuen feldtauglichen Absolutgravimeters



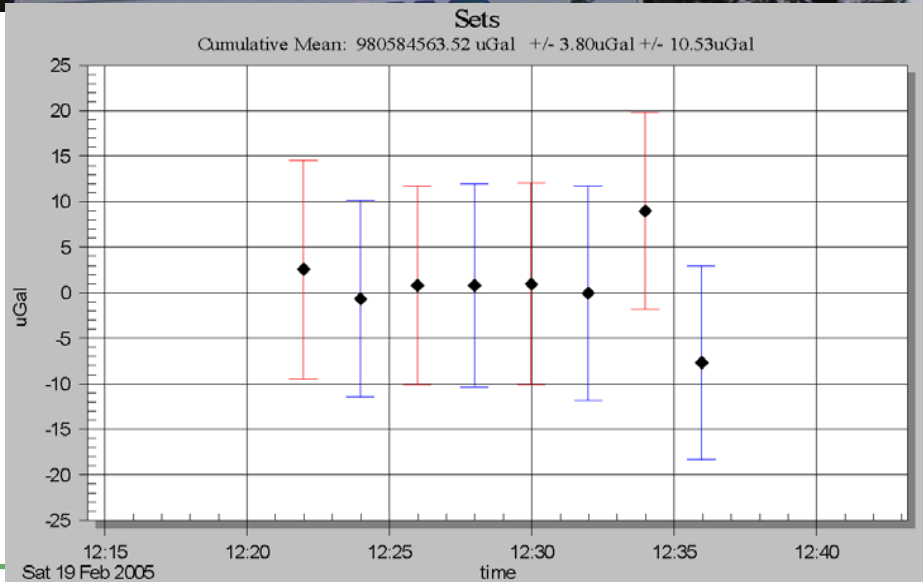
Aufbau des A10-Feldgravimeters



Transportverpackung

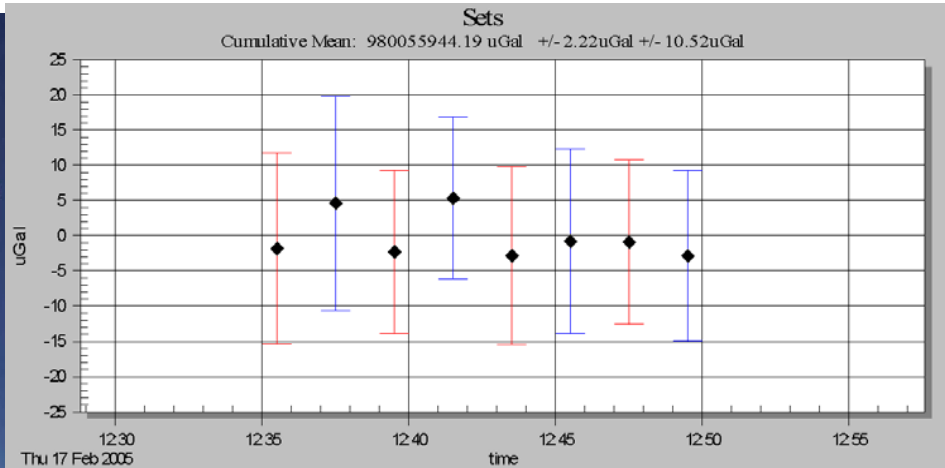
Einrichtung einer alpinen Gravimeter-Eichlinie

Eichlinie Garmisch - Zugspitze



Einrichtung einer alpinen Gravimeter-Eichlinie

Alpine Gravimeter-Eichlinie Zugspitze



A10-002 at SFP306, 05 Feb 17

3 °C

Einrichtung einer alpinen Gravimeter-Eichlinie

Alpine Gravimeter-Eichlinie Zugspitze



A10-002 at ZUG200, 05 Feb 17 9

Referenzstation Wettzell



**Supraleitendes Gravimeter
GWR SG-029**

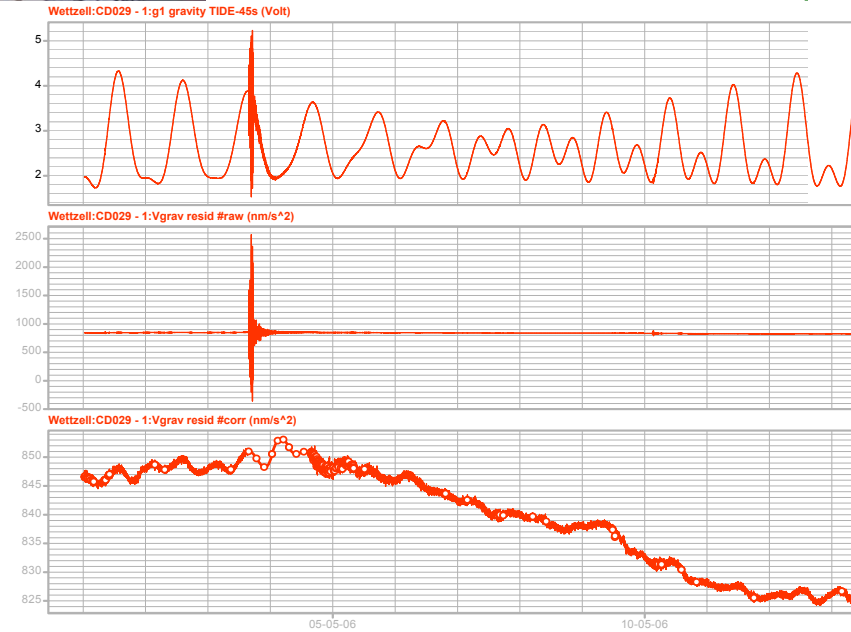


**Absolutgravimeter
FG5-301**

Referenzstation Wettzell



**Supraleitendes Gravimeter
GWR SG-029**



**Registriertsignal
Mai 2006**

Erdschwerebeschleunigung

Fundamentalstation Wettzell

$$g_{We} = 9.808356954 \text{ [m / s}^2\text{]}$$

orts-
abhängig

zeit-
abhängig

Zentrifugalbeschleunigung,
Figur der Erde

Massenanomalien

Erdschwingungen

Luftdruck, Ozean,
Polbewegung,
Grundwasser,
Bodenfeuchte,
Höhenänderungen

Nutzen der Schwerebestimmung

Zusammenfassung

- Schweremessungen des BKG definieren Schwerestandard für Deutschland
- Höhenreferenzfläche wird aus Schweremessungen abgeleitet
- Moderne Satellitenschwerefeldmodelle können mit terrestrischen Schwerefeldmodellen zu besseren Modelle verknüpft werden
- Satellitenschwerefeldmodelle zeigen zeitliche Variationen (als Folge von Hydrologie / Atmosphäre / Höhenänderungen), die durch terrestrische Messungen kalibriert werden können
- Schwerebestimmung besitzt hohe Sensitivität gegenüber Höhenänderungen und Massenverschiebungen
- Steigende Messgenauigkeit der geometrischen Messverfahren führt zu höheren Anforderungen an die Referenzsysteme für Lage, Höhe und Schwere